



แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา
MULTI GROWTH MODEL FOR *CURCUMA ALISMATIFOLIA* GAGNEP.

ปริยาณี หอมสุวรรณ

ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาศาสตร์เชิงคำนวณ

มหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง

2553

© ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง

แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา
MULTI GROWTH MODEL FOR *CURCUMA ALISMATIFOLIA* GAGNEP.

ปริยาณี หอมสุวรรณ

ดุษฎีนิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์เชิงคำนวณ

มหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง

2553

©ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง

แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา
MULTI GROWTH MODEL FOR *CURCUMA ALISMATIFOLIA* GAGNEP.

ปรีชาณี หอมสุวรรณ

คุษฎีนิพนธ์นี้ได้รับการพิจารณาอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาคุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาศาสตร์เชิงคำนวณ

2553

คณะกรรมการสอบคุษฎีนิพนธ์

..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สวิตร มีชัย)

..... กรรมการ

(ดร.รุ่งโรจน์ นิลทอง)

..... กรรมการ

(ดร.อนันต์ อึ้งวิเศษพันธ์)

..... กรรมการ

(ดร.อมร โอวาทกรกิจ)

©ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สวัสดิ์ มีชัย ประธานกรรมการสอบ
คุษฎีนิพนธ์ ดร. อนันต์ อึ้งวิชัยพันธ์ และ ดร. อมร โอวาทวรทิจ กรรมการสอบคุษฎีนิพนธ์ ที่ให้
ความกรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบคุษฎีนิพนธ์ตลอดจนให้คำแนะนำแก้ไขคุษฎีนิพนธ์ฉบับนี้จน
เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณ ดร. รุ่งโรจน์ นิลทอง ประธานกรรมการที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ท่าน
ได้สละเวลาอันมีค่า ให้คำแนะนำและให้คำปรึกษาในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของคุษฎี
นิพนธ์ฉบับนี้จนแล้วเสร็จ คุษฎีนิพนธ์ฉบับนี้จะไม่สำเร็จลงได้ ถ้าขาดความช่วยเหลือและ
เมตตาจากท่าน

ขอขอบพระคุณ คุณสุปิ่น ไม้ดัดจันทร์ นักวิชาการเกษตรชำนาญการ ที่ได้ให้ความ
ช่วยเหลือในเรื่องต้นพันธุ์ปทุมมา และให้คำปรึกษาเกี่ยวกับปทุมมา รวมทั้งศูนย์วิจัยพืชสวน
เชียงรายและเจ้าหน้าที่ ที่ให้ความอนุเคราะห์สถานที่ และดูแลต้นปทุมมา สำหรับใช้ในการเก็บ
ข้อมูลทำวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบคุณโครงการพัฒนาอาจารย์สาขาขาดแคลน สำนักงานคณะกรรมการ
การอุดมศึกษา ที่ได้สนับสนุนทุนการศึกษา

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อยุทธ และคุณแม่จินตนา หวันท้อก และครอบครัว
รวมทั้งเพื่อนๆ นักศึกษาสาขาวิชาวิทยาศาสตร์เชิงคำนวณที่ได้เป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยอย่างดีตลอดมา
คุณความดีหรือประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่บุพการี และครูอาจารย์ที่ได้
ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัยมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

ปรียาณี หอมสุวรรณ

ชื่อเรื่องคุณูปนิพนธ์ แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา

ชื่อผู้เขียน ปรียาณี หอมสุวรรณ

หลักสูตร ปรัชญาคุณูปบัณฑิต (วิทยาศาสตร์เชิงคำนวณ)

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.รุ่งโรจน์ นิลทอง

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้เสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ในสภาพปลูกในถุงใส่ดินภายใต้โรงเรือนเพาะเลี้ยง ซึ่งได้ศึกษาแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมาทั้งในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น และในช่วงพัฒนาดอก โดยพิจารณาความเกี่ยวข้องของการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาแต่ละใบ และความเกี่ยวข้องระหว่างความยาวใบและความยาวช่อดอกปทุมมา ลักษณะแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในงานวิจัยนี้เป็นรูปแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วง ประกอบด้วยแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล และแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ซึ่งจากแบบจำลองการเจริญเติบโตดังกล่าวสามารถอธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ได้เป็น 2 ระยะ โดยการเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้นในระยะแรกมีลักษณะเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 ช่วง ในระยะถัดมาการเจริญเติบโตมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบลอจิสติก ส่วนการศึกษาปทุมมาในระยะการเจริญเติบโตทางใบ ลำต้น และในระยะพัฒนาดอกนั้น แบ่งการเจริญเติบโตออกได้เป็น 4 ระยะที่แตกต่างกัน โดยระยะพัฒนาใบ ลำต้น ในระยะแรกจะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้นมีลักษณะเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 ช่วง ระยะที่สองมีลักษณะการเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้นแบบลอจิสติก 2 ช่วง ระยะที่สามความยาวของใบมีการลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 ช่วงและช่วงที่ 4 ความยาวของใบมีการลดลงแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ส่วนระยะการพัฒนาดอกนั้น ในระยะแรกจะเป็นการเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โปเนนเชียล 3 ช่วง ส่วนระยะที่ 2, 3, 4 จะเหมือนกับระยะพัฒนาใบ ลำต้น ผลของการศึกษาโดย

ใช้แบบจำลองการเจริญเติบโตข้างต้นสามารถเป็นตัวคาดการณ์ถึงโอกาสการพัฒนาดอกปทุมมา เมื่อมีการเจริญเติบโตในระยะแรกเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล 3 ช่วง ในการศึกษานี้ได้ทำการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองการเจริญเติบโต โดยคำนวณจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error : RMSE) และ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) พบว่าค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน มีค่าค่อนข้างน้อย ซึ่งแสดงว่าค่าจากข้อมูลที่ได้จากแบบจำลอง และที่ได้จากการบันทึกข้อมูลมีค่าใกล้เคียงกัน ทำให้สรุปได้ว่า แบบจำลองที่ได้สามารถนำไปพยากรณ์การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ความยาวของใบ และดอกปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น และระยะพัฒนาดอก ของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุง ใส่อินในโรงเรือนเพาะเลี้ยงได้

คำสำคัญ: การเจริญเติบโตของพืช / แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล /
แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก / แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วง/
ปทุมมา

Dissertation Title	Multi Growth model for <i>Curcuma alismatifolia</i> Gagnep.
Author	Priyanee Homsuwan
Degree	Doctor of Philosophy (Computational Science)
Advisory Committee	Dr. Rungrote Nilthong

ABSTRACT

This research proposed the mathematical growth model of *Curcuma* leaf length in tissue culture condition (in vitro) and in soil pot condition under nursery control, where the mathematical growth model of *Curcuma* leaf and flower during vegetative period and reproductive period was studied by considering on relation of the growth in leaf length of each *Curcuma* leaf and relation between the leaf length and the florescence length. This mathematic growth model used to explain growth in *Curcuma* leaf is a kind of Multi growth model including the exponential growth model and logistic growth model. These models demonstrated that the *Curcuma* growth in leaf length in the tissue culture condition can be divided into two phases; bi-exponential growth model for the first phase, and logistic growth model for the second. In addition, the period of vegetative growth and flowering growth of *Curcuma* can also be divided into 4 different phases; for the vegetative growth, the first stage of growth was a bi-exponential growth model, the second stage was a bi-logistic growth model, the third stage was reduction of leaf length as a bi-exponential model, and the fourth period was reduction of leaf length as a logistic growth model. For *Curcuma* growth during flowering period, the first stage was a tri-exponential growth model, and the second, third, and fourth stage were the same as the *Curcuma* model during vegetative growth. As the study result by using the growth model as above, it could predict probability of flowering growth when it had the first stage of growth as a tri-exponential growth model. To determine accuracy of the growth model in this study, the average Root Mean

Square Error (RMSE) and Standard Error (SE) value were used for calculation. This revealed that both of error values of all *Curcuma* growth conditions were low, implying that the value derived from the model and from recording were similar. This can be concluded that these mathematical models can be used to predict the growth of *Curcuma* in leaf length under the tissue culture condition (in vitro), in vegetative and reproductive period under soil pot condition as well.

Keyword: plant growth / Exponential growth model / Logistic growth model /

Curcum alismatifolia Gagnep.



สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	(3)
บทคัดย่อภาษาไทย	(4)
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	(6)
สารบัญตาราง	(12)
สารบัญภาพ	(13)
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 หลักการและเหตุผล	1
1.2 ทฤษฎี	3
1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษา	4
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
1.5 ขอบเขตของการศึกษา	5
1.6 นิยามศัพท์	5
2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและแนวคิดในการศึกษา	6
2.1 งานวิจัยทาง Exponential growth model	6
2.2 งานวิจัยทาง Logistic growth model	7
2.3 ลักษณะทางพฤกษศาสตร์ของปทุมมา	10
2.4 การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช	14
2.5 ทฤษฎีบทพื้นฐาน	18
2.6 การทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง	26

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่	
3 ระเบียบวิธีวิจัย	28
3.1 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพ เพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)	28
3.2 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	30
3.3 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมาในระยะพัฒนา ดอกภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	32
3.4 การพัฒนาแบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมา	34
4 ผลการศึกษา	36
4.1 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)	36
4.2 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	49
4.3 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	80
4.4 ผลของการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง	111

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปรายผลของการศึกษา	114
5.1 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)	114
5.2 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	116
5.3 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง	118
5.4 ข้อเสนอแนะ	120
รายการอ้างอิง	122
ภาคผนวก	129
ภาคผนวก ก ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบปทุมมาเปรียบเทียบ ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึก ข้อมูล (recorded data) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	130
ภาคผนวก ข ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	132
ภาคผนวก ค ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบและช่อดอกปทุมมา เปรียบเทียบ ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และจากการ บันทึกข้อมูล (recorded data) ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	141

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก ง สารเคมีที่ใช้ในสูตรอาหาร MS (Murashigie and Skoog, 1962) และภาพปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) และในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	152
ประวัติผู้เขียน	158



สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
4.1 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อน มาตรฐาน (Standard Error: SE) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)	112
4.2 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อน มาตรฐาน (Standard Error: SE) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	112
4.3 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อน มาตรฐาน (Standard Error: SE) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	113

สารบัญภาพ

ภาพ	หน้า
2.1 ลักษณะหัวพันธุ์ปทุมมา	11
2.2 ลักษณะลำต้นเทียมของปทุมมา	11
2.3 ลักษณะใบของปทุมมาดอก	12
2.4 ส่วนประกอบของดอกปทุมมา	13
2.5 การเก็บรักษาเนื้อเยื่อไว้ที่ห้องที่ควบคุม	16
2.6 การย้ายต้นพืช	17
2.7 กราฟฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล	19
2.8 กราฟช่วงการเจริญเติบโตที่ 10%-90%	20
2.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง volume และ time	24
2.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Population และ Year	25
3.1 ลักษณะตาข้างของเหง้า	29
3.2 ห้องปฏิบัติการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	30
3.3 ต้นพันธุ์ที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	30
3.4 ต้นปทุมมาที่เพาะเลี้ยงในหลุมเพาะ	31
3.5 ต้นปทุมมาที่ปลูกในถุงใส่ดิน	32
3.6 ลักษณะโรงเรือน	32
3.7 ต้นปทุมมาที่พร้อมออกดอก	33
3.8 ต้นปทุมมาที่ปลูกในถุงใส่ดิน	34
4.1 ปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	37
4.2 การเจริญเติบโตของปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	37
4.3 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบปทุมมา ที่ได้จากการบันทึกข้อมูล	38

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพ	หน้า
4.4 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data)	40
4.5 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data)	42
4.6 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data)	44
4.7 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง(predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	48
4.8 ปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	49
4.9 การเจริญเติบโตของปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	50
4.10 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบปทุมมาทุกลำดับใบที่ได้จาก การบันทึกข้อมูล	51
4.11 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่าง ข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	54
4.12 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่าง ข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	58
4.13 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่าง ข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	62

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพ	หน้า
4.14 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 4 ระหว่าง ข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	66
4.15 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 5 ระหว่าง ข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	69
4.16 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	78
4.17 ต้นปทุมมาในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	80
4.18 การเจริญเติบโตของปทุมมาในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	81
4.19 การเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมา	82
4.20 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบทุกลำดับใบและช่อดอกปทุมมา ที่ได้จากการบันทึกข้อมูล	82
4.21 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	85
4.22 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	89

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพ	หน้า
4.23 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	93
4.24 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 4 ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	97
4.25 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูลจาก แบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ใน ระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	100
4.26 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ใน ช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	110
5.1 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบ จำลอง(predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพ เพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ	115
5.2 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบ จำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะ พัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)	116
5.3 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ใน ระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)	118

บทที่ 1

บทนำ

ในส่วนของบทนำจะกล่าวถึงที่มาและความสำคัญของการศึกษาวิจัย รวมถึงขอบเขตในการศึกษาวิจัย โดยแบ่งออกเป็น 6 ส่วนที่สำคัญคือ หลักการและเหตุผล ทฤษฎี วัตถุประสงค์ของการศึกษา ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ ขอบเขตของการศึกษา และนิยามศัพท์

1.1 หลักการและเหตุผล

การเจริญเติบโตของพืชหมายถึง การเปลี่ยนแปลง น้ำหนัก ขนาด หรือจำนวนของพืช ภายใต้สภาวะแวดล้อมที่เหมาะสม ในพืชโดยเฉพาะพืชล้มลุก (annual) ที่มีอายุเพียงฤดูเดียวหรือปีเดียวนั้น การเจริญเติบโตของพืชทั้งต้นหรือเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่งของพืช จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับสิ่งมีชีวิตอื่นๆ ซึ่งเมื่อนำอัตราการเจริญเติบโตมาเขียนเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์กับช่วงเวลาของการเจริญเติบโตแล้ว จะได้รูปกราฟที่มีลักษณะเป็นรูปตัวเอสซึ่งมีชื่อเรียกทั่วไปว่า Sigmoid curve ซึ่งการเจริญเติบโตอาจแบ่งออกเป็น 3 ระยะใหญ่ๆ คือ Exponential growth phase, Linear growth phase และ decreasing growth rate phase (ลิลลี่, 2546) การเจริญเติบโตของพืช สามารถวัดการเจริญเติบโตได้จากความสูง ความยาว จำนวน ขนาด น้ำหนักแห้ง น้ำหนักสด ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการศึกษา (ประวิตร, 2552) การวิเคราะห์การเจริญเติบโตของพืชเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักสรีรวิทยาพืชนำมาใช้แสดงถึงเหตุผลทางสรีรวิทยาเพื่ออธิบายปรากฏการแสดงออกของพืชอันเป็นผลเนื่องมาจากพันธุกรรมและสภาพแวดล้อมของพืช และเราสามารถนำค่าจากข้อมูลข้างต้นของการเจริญเติบโตมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพืช เพื่อที่จะสามารถนำไปอธิบายพฤติกรรมของการเจริญเติบโตของพืชได้มากยิ่งขึ้น โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถอธิบายการเจริญเติบโตของพืชเรียกว่า แบบจำลองการเจริญเติบโต (Growth Model) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้เป็นแบบจำลองที่มาจากสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equation) โดยแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโต

แบบไม่จำกัดหรือไม่มีขอบเขต จะใช้กับข้อมูลที่มีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างรวดเร็ว ได้มีการพัฒนา Exponential Function มาเป็น Multi-exponential Function ซึ่งจะใช้กับข้อมูลที่มีจำนวนมาก ระยะเวลายาวนาน (Farina, 2002) ซึ่ง Multi-exponential Function จะอธิบายการเจริญเติบโตได้ดีกว่า Exponential Function ต่อมาได้มีการพัฒนาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลมาเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (อนุชิต, 2546) และได้มีการปรับปรุงแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic growth model) โดยจัดรูปแบบสมการใหม่ ซึ่งได้เสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบใหม่นี้ว่า Bi-Logistic growth model (Meyer, 1994) และในปี 1999 ได้มีการเสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตใหม่ที่เรียกว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติก (Multi-Logistic growth model) ซึ่งสามารถอธิบายการเจริญเติบโตได้ดีกว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic growth model) เพราะอธิบายได้ทั้งการเจริญเติบโตแบบง่ายและแบบซับซ้อน (Meyer, 1999)

งานวิจัยนี้ได้สนใจที่จะศึกษาการเจริญเติบโตของพืช โดยเฉพาะพืชใบเลี้ยงเดี่ยว ใบพืชนับเป็นอวัยวะส่วนที่สำคัญในการสร้างอาหารให้แก่พืชโดยกระบวนการสังเคราะห์แสงแล้วมีการเคลื่อนย้ายอาหารที่สร้างขึ้นไปเลี้ยงส่วนต่างๆ ของพืช การเกิดใบในพืชใบเลี้ยงเดี่ยว แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ แผ่นใบและส่วนกาบใบ (sheath) ดังนั้นใบอ่อนจะเกิดอยู่ในลำต้นเทียม (pseudostem) หรือในใบแก่ที่ม้วนหุ้มอยู่ ในการศึกษาทางสรีรวิทยาต้องคำนึงถึงปัจจัยที่มีผลต่อการเจริญของใบ ถึงแม้ว่าจำนวนใบและขนาดของใบจะถูกควบคุมโดยลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม นอกจากนี้ความแตกต่างของความกว้าง ความยาวของใบยังขึ้นกับช่วงการเจริญเติบโตของพืชด้วย ในการเจริญเติบโตของใบพืชใบเลี้ยงเดี่ยวหลายชนิด ใบที่อยู่ล่างๆ ของลำต้นจะมีขนาดเล็กและเหี่ยวไปเมื่อได้รับสภาวะกดดันจากสภาพแวดล้อมหรือการแก่ (senescence) ของพืชเอง สาเหตุที่ทำให้เกิดการแก่ของใบเนื่องจากการเคลื่อนย้ายธาตุอาหารในส่วนที่มีความสามารถในการแข่งขันสูง เช่น ใบอ่อน ผล เมล็ดและราก เป็นต้น (สายัณต์, 2552)

ในงานวิจัยนี้ใช้ปทุมมา (*Curcuma alismatifolia* Gagnep.) เป็นกรณีศึกษาเนื่องจาก ปทุมมาเป็นไม้ดอกเมืองร้อนที่มีมูลค่าการส่งออกสูงในแต่ละปี โดยมีมูลค่าการส่งออกเป็นอันดับสองรองจากกล้วยไม้ โดยไทยส่งออกปทุมมาในรูปหัวพันธุ์ไปยังต่างประเทศ ซึ่งชาวต่างประเทศ โดยเฉพาะเนเธอร์แลนด์ จะรู้จักปทุมมาเป็นอย่างดี จนกระทั่งมีการขนานนามความสวยงามของดอก

ปทุมมา ซึ่งมีลักษณะคล้ายดอกทิวลิปว่า สยามทิวลิป (Siam Tulip) ซึ่งแหล่งผลิตหัวพืชกลุ่มปทุมมาที่สำคัญในปัจจุบันคือจังหวัดเชียงใหม่และจังหวัดเชียงราย ปทุมมาเป็นพืชในวงศ์ Zingiberaceae ซึ่งเป็นวงศ์เดียวกับขิง ปทุมมาอยู่ในสกุลย่อยที่มีชื่อว่า พาราเคอร์คิวมา (Paracurcuma) มีถิ่นกำเนิดในแถบอินโดจีน พม่า และไทย (จิราภา, 2549) ลักษณะโดยทั่วไปเป็น

พืชใบเลี้ยงเดี่ยว ซึ่งประกอบด้วยลำต้นเทียม (pseudostem) ที่เกิดจากกาบใบ (leaf) ห่อรวมตัวกันแน่น มีดอกจริง (flower) ขนาดเล็กแซมอยู่บนใบประดับ (bract) ที่มีสีส้มสวยงาม และมีหัวพันธุ์หรือเหง้าใต้ดิน (rhizome) ทำหน้าที่สะสมอาหารและขยายพันธุ์ มีการเจริญเติบโตทางลำต้น และให้ดอกในช่วงฤดูฝนราวเดือนมิถุนายนถึงเดือนกันยายน แล้วพักตัวในดินตลอดช่วงฤดูหนาวราวเดือนธันวาคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ เมื่อถึงฤดูฝนจะเจริญเติบโตออกดอกอีกครั้ง (ยศวดี, 2552) การขยายพันธุ์ปทุมมาจะมีทั้งการเพาะเมล็ด การแยกเหง้า (หัว) การผ่าเหง้า การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (กรมส่งเสริมเกษตร, 2547) ซึ่งในปัจจุบันการขยายพันธุ์โดยการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อเริ่มมีความสำคัญอย่างมาก เนื่องจากจะทำให้ได้ต้นพันธุ์ปลอดโรคและรักษาพันธุ์ดีของปทุมมาไว้ ในงานวิจัยนี้จึงสนใจที่จะศึกษาเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปพยากรณ์การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมา เพื่อที่จะได้นำไปวิเคราะห์การเจริญเติบโตและเข้าใจถึงกระบวนการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมา และจะได้นำไปปรับปรุงกระบวนการเจริญเติบโตได้อย่างถูกต้อง

ดังนั้น การศึกษานี้จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้นของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง และในระยะพัฒนาดอกของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง เมื่อได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมแล้วจะสามารถพยากรณ์พฤติกรรมของการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้นของปทุมมา และการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมาในระยะพัฒนาดอก ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยงได้

1.2 ทฤษฎี

1.2.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Growth Model)

เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบไม่จำกัดและไม่มีการขอบเขตของการเจริญเติบโต อัตราการเจริญเติบโตของจำนวนประชากร $\frac{dG(t)}{dt}$ ที่เวลา t เป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนประชากร $G(t)$ เขียนในรูปความสัมพันธ์ได้ดังนี้ $\frac{dG(t)}{dt} \propto G(t)$ แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ได้คือ $\frac{dG(t)}{dt} = rG(t)$ โดยที่ G คือ การเจริญเติบโต t คือ

เวลา r คือ อัตราการเจริญเติบโต และมีการพัฒนาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Growth Model) เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติเอกซ์โปเนนเชียล (Multi-Exponential Growth Model) เป็นแบบจำลองที่รวมเอาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลเข้าไว้ด้วยกัน เพื่อใช้กับข้อมูลที่มีจำนวนมาก ระยะเวลาสั้น และมีการเจริญเติบโตแบบเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็ว

1.2.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic Growth Model)

เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตที่มีขอบเขตของการเจริญเติบโต แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้ $\frac{dG(t)}{dt} = rG(t)\left(\frac{K - G(t)}{K}\right)$ เมื่อ K คือขอบเขตของการเจริญเติบโต และมีการพัฒนาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic Growth Model) เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติก (Multi-Logistic Growth Model) แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติกเป็นแบบจำลองที่รวมเอาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกเข้าไว้ด้วยกัน เพื่อใช้อธิบายการเจริญเติบโตที่ซับซ้อนได้

1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.3.1 เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) ได้

1.3.2 เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในช่วงการพัฒนาใบ ลำต้นของปทุมมา ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง ได้

1.3.3 เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในช่วงการพัฒนาคอกของปทุมมา ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง ได้

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปพยากรณ์การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) ด้านความยาวของใบปทุมมา ในช่วงการพัฒนาใบ ลำต้นของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง ด้านความยาวใบและช่อ

ดอกปทุมมา ในช่วงการพัฒนาดอกของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง เพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์การเจริญเติบโตในแต่ละช่วงการเจริญเติบโต ทำให้สามารถเข้าใจถึงกระบวนการเจริญเติบโตและข้อจำกัดของพืชได้ดีขึ้น และทำให้สามารถปรับปรุงกระบวนการเจริญเติบโตได้ถูกต้อง

1.5 ขอบเขตของการศึกษา

ทำการศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) ในช่วงการพัฒนาใบ ลำต้น ของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง ใบและช่อดอกปทุมมา ในช่วงการพัฒนาดอกของปทุมมาภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเพาะเลี้ยง โดยการศึกษาการเจริญเติบโตที่ใช้ในการศึกษา คือ ความยาวของใบและช่อดอก ซึ่งในการวัดจะวัดจากโคนต้นปทุมมาจนถึงปลายใบและดอก

1.6 นิยามศัพท์

Exponential growth model เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบไม่จำกัด (Unlimited growth) หรือไม่มีขอบเขตของการเจริญเติบโต

Logistic growth model เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบจำกัด (limited growth) หรือมีขอบเขตของการเจริญเติบโต ซึ่งการมีขอบเขตของการเจริญเติบโตนี้จะทำให้เส้นโค้งที่ได้จะมีลักษณะคล้ายตัวเอส (Sigmoidal Shape)

Sigmoid curve คือ กราฟที่มีลักษณะเป็นรูปตัว S ซึ่งกราฟนี้เป็นตัวแทนผลรวมของการเจริญเติบโตและบ่งชี้ถึงการเปลี่ยนแปลงขนาดของส่วนต่างๆ

Exponential phase เป็นระยะแรกของการเจริญเติบโตของพืช

Linear phase เป็นระยะที่ 2 ของการเจริญเติบโต ซึ่งจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว ในระยะนี้จะมี การเพิ่มความสูงและขนาดอย่างรวดเร็ว

Decreasing growth rate phase เป็นระยะที่มีการเจริญเติบโตเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง จนกระทั่งถึงจุดที่หยุดการเจริญเติบโตในที่สุด

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและแนวคิดในการศึกษา

ในส่วนของทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะกล่าวถึง งานวิจัยทาง Exponential growth model งานวิจัยทาง Logistic growth model ลักษณะทางพฤกษศาสตร์ของปทุมมา การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช (plant tissue culture) ทฤษฎีบทพื้นฐานการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง (model validation)

2.1 งานวิจัยทาง Exponential growth model

แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลนี้ กิตติและคณะ (2544) กล่าวว่า จากการนำเห็ดหอมสดมาทำการอบแห้ง พบว่า ความชื้นของเห็ดหอมแปรผกผันกับเวลาที่ใช้ในการอบแห้งที่ทุกสภาวะการทดลอง และพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเอกซ์โปเนนเชียล เป็นแบบจำลองที่เหมาะสมและสามารถนำมาใช้ทำนายปริมาณความชื้นของเห็ดหอมในระหว่างการอบแห้ง เนื่องจากปริมาณความชื้นจะลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงต้นของการอบแห้ง และลดลงอย่างช้าๆ จนความชื้นเริ่มคงที่ Ørskov and McDonald (1979, อ้างถึงใน ปิ่น จันจุฬาและเมธา วรรณพัฒน์, 2545, หน้า 7) ได้ศึกษาจุลศาสตร์การย่อยสลายได้ของวัตถุแห้งในอาหาร หรือองค์ประกอบ ถูกอธิบายโดยสมการ the exponential model $D(t) = a + bx(1 - \exp(-cxt))$ ตามระยะเวลาที่หมักในกระเพาะรูเมน ซึ่งโดยทั่วไปแป้งจะมีอัตราการย่อยสลายในรูเมนอย่างรวดเร็วและสูงมาก ส่วนจุ่มพลและมิงส์คี้ (2548) ได้กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายความชื้นของกากมะพร้าวจากการทดลองอบแห้งในเครื่องฟลูอิดไชเบค ว่ารูปแบบสมการ Exponential พจน์เดียว ไม่สามารถทำนายความชื้นในช่วงแรกและช่วงสองของการทดลอง ซึ่งเป็นการให้ความร้อนเบื้องต้นแก่กากมะพร้าวและช่วงอัตราการอบแห้งคงที่ได้ แต่รูปแบบสมการ Exponential สองพจน์ สามารถทำนายความชื้นในช่วงแรกของการทดลองได้ใกล้เคียงผลการทดลองมากกว่ารูปแบบสมการแบบ Exponential พจน์เดียว แต่สำหรับช่วงท้ายการทดลองยังไม่สามารถทำนายความชื้นได้ถูกต้อง

ศรินันท์ (2552) ได้ใช้แบบจำลองเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential equation) ในการประมาณ น้ำหนักแห้งและอัตราการเกิดฝักเฉลี่ยของถั่วเหลือง ในสภาวะที่ถั่วเหลืองได้รับความเค็มมากขึ้น ซึ่งอยู่ในลักษณะของฟังก์ชันลด (Decreasing Function) นั่นคือปริมาณความเค็มที่มากขึ้น จะมีผล ทำให้ปริมาณน้ำหนักแห้งของถั่วเหลืองและอัตราการติดฝักลดลง และพงศ์พีระ (ม.ป.ป.) ได้ศึกษา อัตราการเติบโตของเซลล์มะเร็ง โดยพบว่าการแบ่งตัวของเซลล์มะเร็งในลักษณะ Exponential growth จะเกิดขึ้นในช่วงแรกของการแบ่งเซลล์เนื่องจากการแบ่งตัวอย่างรวดเร็ว

Rogers and Lettelle (1994) กล่าวว่าไว้ว่า นักสถิติ นักประชากรศาสตร์ นักประจักษ์ได้ พยายามหาแนวทางในการสรุปรูปแบบอายุของอัตราการตายซึ่งพบว่า model schedule เป็นวิธีการที่มีประโยชน์มากในการใช้แทนตารางเวลาของอัตราอื่นๆ นอกเหนือจากอัตราการตาย model schedule อาจจะถูกใช้ในการพยากรณ์หรือประมาณทางอ้อม ซึ่งคิดจากพื้นฐานข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งmodelscheduleดังกล่าวคือ ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลแบบหลายช่วง (Multi-Exponential function) ในงานของ Fatima (2002) ได้กล่าวไว้ว่าเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบไม่จำกัดหรือไม่มีขอบเขต ได้มีการพัฒนา Exponential Function มาเป็น Multi-exponential Function ซึ่งจะใช้กับข้อมูลที่มีการ เจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว และในงานของ Greer, Smith and Shipman (2003) ได้ใช้ Multi-Exponential model ในการทำนายการลดลงของความหนาแน่นของแร่ธาตุในกระดูกไขสันหลังของผู้หญิงหลัง หมดประจำเดือน เพื่อใช้วินิจฉัยโรคกระดูกพรุน

2.2 งานวิจัยทาง Logistic growth model

ในเรื่องของแบบจำลองการเจริญเติบโต ปี 1997 Invernizzi and Terpin ได้มีการเสนอและ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตสำหรับการสังเคราะห์แสงของพืชสีเขียว การศึกษาการดำรงชีวิตของพืชมีความสำคัญมากเพราะพืชเป็นผู้ผลิตขั้นปฐมภูมิของห่วงโซ่อาหาร แบบจำลองสำหรับการคำนวณการเจริญเติบโตทางนิเวศวิทยาของพืชที่จะให้ผลที่แน่นอนต้อง คำนึงถึงหลักสำคัญบางประการคือการสังเคราะห์แสงซึ่งเป็นกระบวนการทางชีวภาพและ ชีวเคมี กระบวนการนี้มีความสำคัญต่อการนำพลังงานและคาร์บอนเข้าสู่ระบบนิเวศวิทยา และ ต่อมา Loladze, Kuang, and Elser (2000) ได้กล่าวว่า ทฤษฎีระบบนิเวศวิทยามีหลักการพื้นฐานสอง ข้อคือ การไหลเวียนของพลังงาน (energy flow) และการหมุนเวียนของแร่ธาตุ (element cycling) แต่ แบบจำลองของประชากร (population model) จะไม่พิจารณาถึงหลักการในข้อหลัง โดยแบบจำลอง จะมีสมมติฐานว่าทุกลำดับการกินในระบบนิเวศ จะประกอบไปด้วยสารอาหารทางเคมีที่เป็นแบบ เดียวกัน มีพลังงานเท่ากัน และยึดถือว่าสิ่งมีชีวิตมีองค์ประกอบเดียวกัน แต่ในบทความนี้จะศึกษา

ถึงสมมติฐานที่ว่าทั้งผู้ผลิตและสัตว์จำพวกกินหญ้าเป็นอาหาร ต่างประกอบด้วยแร่ธาตุหลักสองชนิดคือ คาร์บอนและฟอสฟอรัส โดยการใช้หลักการปริมาณสัมพันธ์และได้สร้างแบบจำลองของ Lotka-Volterra ในสองมิติ ด้วยเหตุนี้ การแสดงปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ผลิตและสัตว์จำพวกกินหญ้าเป็นอาหารตามหลักปริมาณสัมพันธ์จะสะท้อนให้เห็นวัฏจักรของพฤติกรรมเชิงคุณภาพแบบใหม่ ในส่วนของ Kuang *et al.*, (2004) ได้กล่าวว่า สิ่งมีชีวิตทุกชนิด ประกอบด้วยส่วนประกอบทางเคมี และการเปลี่ยนแปลงในส่วนประกอบทางเคมีควรได้รับการศึกษา สำหรับผู้บริโภค-ทรัพยากร และการหมุนเวียนของสารอาหารในระบบนิเวศน์ และงานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อหาสมการทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายผลกระทบระหว่างพืชกับสัตว์กินพืช ในสภาพแวดล้อมจำกัดของฟอสฟอรัส และการเปลี่ยนแปลงของการใช้ฟอสฟอรัสในพืช

ในส่วนของการจำลองเชิงคณิตศาสตร์ Caloin (1982) ได้กล่าวถึงการศึกษาจลพลศาสตร์ของการเติบโตของ *Dactylis glomerata* L. ภายใต้การควบคุมอุณหภูมิและความเข้มแสง 3 ระดับ (35, 55 และ 85 W/m²) โดยจะวัดการเติบโตจากน้ำหนักแห้งของรากและต้นอ่อน พบว่าจลพลศาสตร์การเติบโตจะขึ้นอยู่กับความเข้มแสง โดยทำการวิเคราะห์เส้นโค้งการเติบโตของการทดลองเบื้องต้น โดยใช้แบบจำลองลอจิสติก และเรายังสามารถใช้แบบจำลองการเติบโตแบบลอจิสติกเพื่อพยากรณ์น้ำหนักแห้งทั้งหมด ที่ภาวะสมบูรณ์เต็มที่ประมาณหนึ่งเดือนก่อนที่จะมีการเก็บเกี่ยวข้าวสาลีและข้าว (Jain, 1992)

ต่อมาในปี 1994 Meyer ได้ปรับปรุงแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดยจัดรูปแบบสมการใหม่ เพื่อให้อธิบายการเจริญเติบโตได้ดีขึ้น ซึ่งได้เสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบใหม่นี้ว่า Bi-Logistic growth model ซึ่งสามารถอธิบายลักษณะการเจริญเติบโตที่มีความซับซ้อนได้ และ Yusheng *et al.*, (1994) ได้กล่าวว่า แบบจำลองลอจิสติกอย่างง่าย ๆ ไม่สามารถอธิบายถึงการลดลงของชีวมวลของพืชได้ หลังจากชีวมวลได้เข้าถึงระดับที่มีช่วงการเจริญเติบโตเล็กน้อยหรือไม่มีการเจริญเติบโต จึงมีความพยายามขยายเชิงปฏิบัติแบบจำลองลอจิสติกในการศึกษานี้ โดยในบทความนี้ได้มีการปรับค่า r ใหม่โดยจะแทน r ด้วยสมการพหุนามกำลังสองของเวลา t ต่อมาในปี 1999 Meyer ได้เสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตใหม่ที่เรียกว่า Multi-Logistic growth model ซึ่งสามารถอธิบายการเจริญเติบโตได้ดีกว่า Logistic growth model เพราะอธิบายได้ทั้งการเจริญเติบโตแบบง่ายและแบบซับซ้อน และในงานของ Tsoularis (2001) มีการพูดถึงเส้นโค้งของการเติบโตอันหลากหลายได้ถูกพัฒนาขึ้น เพื่อสร้างแบบจำลองของพลวัตรประชากรชนิดเดียวกันที่ไม่ถูกล่าและการเติบโตทางชีววิทยาทั่วไปมากขึ้น แบบจำลองเชิงทำนายส่วนใหญ่ได้แสดงให้เห็นว่ามีพื้นฐานตั้งอยู่บนความหลากหลายของสมการการเจริญเติบโต Verhulst Logistic แบบดั้งเดิม และในปี 2002 Tsoularis and Wallace ได้กล่าวถึงว่า ได้มีการแนะนำ

แบบจำลองมากมายเพื่อจำลองการเจริญเติบโตในทางชีววิทยาและวัฏจักรของประชากร ซึ่งบทความนี้ได้กล่าวว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบ exponential จะเหมาะกับการคำนวณระยะแรกและเป็นการเจริญเติบโตโดยไร้ขีดจำกัด ซึ่งต่อมาได้มีการพัฒนาแบบจำลองขึ้นโดย Verhulst โดยแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะมีค่า carrying capacity (K) ซึ่งแสดงขีดจำกัดของการเจริญเติบโต แบบจำลองการเจริญเติบโตของ Verhulst คือ Logistic growth model เป็นพื้นฐานของแบบจำลองขยายอื่นๆ ซึ่งสมการการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ถูกนำไปใช้ในทางชีววิทยาที่หลากหลาย รวมทั้งสาขาอื่นที่นอกเหนือจากสาขาชีววิทยาอีกด้วย บทความนี้ได้นำเสนอคุณสมบัติของสมการการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกโดยทั่วไปและแบบจำลองอื่นๆ สามารถดัดแปลงแบบจำลองจากสมการการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกทั่วไป

Thornley and France (2005) ได้กล่าวว่า สมการลอจิสติก เป็นสมการรูปตัว S ที่ง่ายและรู้จักมากที่สุดและมักนำไปอธิบายการเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต ซึ่งนักสัตวศาสตร์และพืชศาสตร์ต้องการที่จะหาคำอธิบายทางชีววิทยาของระยะเวลาในการเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต รวมถึงทางนิเวศวิทยาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนของการเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต มีบทความมากมายที่ให้ความสนใจในข้อจำกัดและปรับเปลี่ยนสมการลอจิสติกเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับการคำนวณอื่นๆ ซึ่งงานวิจัยนี้เห็นว่าจะเป็นประโยชน์มากหากสามารถคำนวณค่า Final asymptote โดยอาศัยเงื่อนไขต่างๆ ระหว่างกระบวนการเจริญเติบโต โดยได้เสนอสมการลอจิสติกที่มีค่า Final asymptote เปลี่ยนแปลงไปตามเงื่อนไขการเจริญเติบโต ส่วน Gabriel and *et al.* (2005) ได้กล่าวว่า สมการลอจิสติกของการเจริญเติบโตได้ถูกเสนอโดย Verhulst ซึ่งถูกใช้เป็นข้อแก้ไขพื้นฐานในปัญหาการเจริญเติบโต สมการลอจิสติก เป็นแรงบันดาลใจและกระตุ้นให้เกิดผลงานในสาขาชีววิทยามากมาย ซึ่งรวมถึงการสร้างแบบจำลองและงานวิจัยต่างๆ ในปัจจุบัน

ในปี ค.ศ.2007 Kuang ได้กล่าวถึงการได้มาซึ่งสมการลอจิสติก ซึ่งได้ดัดแปลงมาจาก Kuang *et al.*, (2004) โดยจุดประสงค์ของงานวิจัยนี้คือหาสมการลอจิสติกโดยผ่านทางสมการ Droop ซึ่งเป็นสมการที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของการเจริญเติบโตเฉพาะ ที่เกี่ยวกับสารอาหารบางชนิดโดยในงานวิจัยนี้มีฟอสฟอรัสเข้าไปเกี่ยวข้องในค่า K (carrying capacity) และ r (growth rate) ซึ่งฟอสฟอรัสมีความสัมพันธ์ต่อการเจริญเติบโต Fujikawa and *et al.*, (2004) ได้กล่าวว่า แบบจำลองลอจิสติกใหม่สำหรับการเพิ่มจำนวนของเชื้อแบคทีเรีย ได้มีการพัฒนาขึ้นในการศึกษาครั้งนี้แบบจำลองได้ประสบความสำเร็จในการบรรยายการเพิ่มขึ้นของกราฟที่เป็นลักษณะเส้นโค้งคล้ายรูปตัวเอส แบบจำลอง Logistic ใหม่ได้ศึกษาเพื่อคาดคะเนการเพิ่มจำนวนในอุณหภูมิที่คงที่แบบจำลองได้บรรยายถึงเส้นโค้งที่เพิ่มขึ้นของเชื้อแบคทีเรียอีโคไลในอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง ซึ่งแบบจำลองนี้สามารถเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ประโยชน์ได้กับการคาดคะเนการเพิ่มจำนวนของ

แบบที่เรีจากประวัติอุณหภูมิของการทดลองในด้านอาหารต่อมา Wardhani (2010) ได้ประมาณการเติบโตของต้นสักหนุ่มซึ่งได้รับปุ๋ยใบไม้ เปรียบเทียบกับต้นสักที่ไม่ได้ใส่ปุ๋ยใบไม้ การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการเติบโตใช้วิธีแบบ iterative non linear โดยข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้มาจาก Purwodadi's Botanical Garden-Pasuruan. ผลที่ได้คือ bi-logistic model มีความเหมาะสมในการบรรยายถึงการเติบโตของต้นสักหนุ่ม

2.3 ลักษณะทางพฤกษศาสตร์ของปทุมมา

ปทุมมา (*Curcuma alismatifolia* Gagnep.) จัดอยู่ในสกุลขมิ้น (*Curcuma*) เป็นพืชตระกูลขิง (*Zingiberaceae*) พืชในสกุลนี้พบกระจายอยู่ในเขตร้อน ตั้งแต่ ออสเตรเลีย เอเชีย และแอฟริกา ในประเทศไทยพบประมาณ 30 ชนิด กระจายตามภาคต่างๆของประเทศ (กรมส่งเสริมเกษตร, 2547) ลักษณะโดยทั่วไปเป็นพืชใบเลี้ยงเดี่ยว ซึ่งประกอบด้วยลำต้นเทียม (pseudostem) ที่เกิดจากกาบใบ (leaf) ห่อรวมตัวกันแน่น มีดอกจริง (flower) ขนาดเล็กแซมอยู่บนใบประดับ (bract) ที่มีสีส้มสวยงาม และมีหัวพันธุ์หรือเหง้าใต้ดิน (rhizome) ทำหน้าที่สะสมอาหารและขยายพันธุ์ มีการเจริญเติบโตทางลำต้น และให้ดอกในช่วงฤดูฝนราวเดือนมิถุนายนถึงเดือนกันยายน แล้วพักตัวในดินตลอดช่วงฤดูหนาวราวเดือนธันวาคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ เมื่อถึงฤดูฝนจะเจริญเติบโตออกดอกอีกครั้ง (ยศวดี, 2552) พืชสกุลนี้แบ่งออกเป็น 2 สกุลย่อย คือ *Cucurcuma* ซึ่งมีกระเจียวเป็นตัวแทนที่รู้จักกันดีในด้านไม้ดอก จึงเรียกเป็นกลุ่มกระเจียว และ *Parcurcuma* ซึ่งมีปทุมมาเป็นตัวแทนที่รู้จักกันดีในด้านไม้ดอก จึงเรียกเป็นกลุ่มปทุมมา (จุไรรัตน์, 2544)

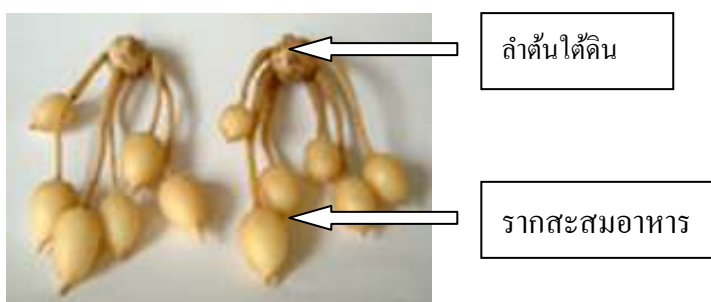
2.3.1 ลักษณะทางสัณฐานวิทยา

2.3.1.1 ระบบราก

ปทุมมาเป็นไม้หัวที่มีระบบรากฝอย และรากสะสมอาหาร ส่วนของปลายรากบวมพอง มีลักษณะเป็นตุ่ม ดังภาพ 2.1 ไม่สามารถตัดไปขยายพันธุ์ได้ โดยทั่วไปตุ่มรากเกิดขึ้นปริมาณมากเมื่อต้นสมบูรณ์เต็มที่ ดังนั้นจำนวนตุ่มรากต่อเหง้าจึงถูกนำมาใช้กำหนดคุณภาพหัวพันธุ์ (ทิวากรณ์, 2549)

2.3.1.2 ลำต้น

พืชสกุลนี้มีลำต้นใต้ดินทำหน้าที่สะสมอาหารและน้ำเรียกว่า เหง้า แสดงได้ดังภาพที่ 2.1 ตาข้างของเหง้าจะเจริญเติบโตไปเป็นลำต้นเทียม (pseudostem) ที่เห็นอยู่เหนือดินดังภาพที่ 2.2 (สุรวิษ, 2539) ทำหน้าที่เป็นก้านใบและห่อหุ้มส่วนของก้านดอกเมื่อต้นเริ่มแก่ส่วนของโคนลำต้นใต้ดิน โป่งออกด้านข้าง และเปลี่ยนเป็นหัว (ทิวากรณ์, 2549)



จาก <http://www.doae.go.th/library/html/detail/curcuma/index.htm>

ภาพที่ 2.1 ลักษณะหัวพันธุ์ปทุมมา



จาก <http://jantikasamordee.blogspot.com/2009/08/curcuma-zingiberaceaeucurcuma.html>

ภาพที่ 2.2 ลักษณะลำต้นเทียมของปทุมมา

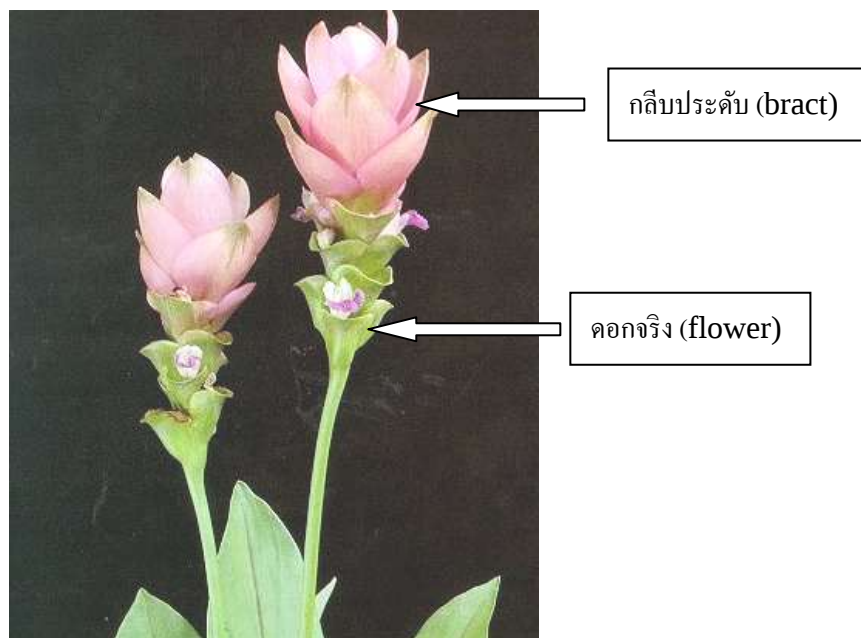
2.3.1.3 ใบ (Leaf)



ภาพที่ 2.3 ลักษณะใบของปทุมมาดอก

ใบ เกิดจากส่วนของลำต้นใต้ดิน ประกอบด้วยกาบใบซึ่งห่อรวมกันแน่นเกิดเป็นลำต้นเทียม ก้านใบซึ่งชูออกจากลำต้นเทียมในมุมที่แตกต่างกันและแผ่นใบซึ่งเป็นใบเดี่ยวเส้นกลางใบมีสีน้ำตาลเรื่อๆ ของใบกว้าง 4-5 เซนติเมตร ยาว 30-35 เซนติเมตร ดังภาพที่ 2.3 (จุไรรัตน์, 2544)

2.3.1.4 ดอก



จาก <http://www.eto.ku.ac.th/neweto/e-book/plant/flower/zinger.pdf>

ภาพที่ 2.4 ส่วนประกอบของดอกปทุมมา

จากภาพที่ 2.4 ช่อดอกของปทุมมาเป็นแบบ compact spike แทงออกมาจากส่วนของโคนใบที่โอบล้อมกันอยู่เป็นชั้นๆ ช่อดอกประกอบด้วยกลีบประดับ (bract) เวียนซ้อนกันแน่น กลีบประดับส่วนล่างและส่วนบนของช่อดอกมีลักษณะแตกต่างกัน (จิรวัดน์, 2535) กลีบประดับส่วนล่างมี 8-10 กลีบ สั้นและมีสีเขียว กลีบประดับส่วนบนมีขนาดใหญ่สีม่วงอมชมพูเรียงซ้อนกันคล้ายดอกบัว โดยทั่วไปกลีบประดับส่วนบนมี 12-15 กลีบ (จุไรรัตน์, 2544) ในซอกกลีบประดับแต่ละอันเป็นที่เกิดของดอกจริงจำนวน 4-6 ดอก ดอกจริงเหล่านี้บานไม่พร้อมกัน การบานของดอกเริ่มจากกลีบประดับแรกบริเวณโคนช่อ แล้วบานเวียนขึ้นไปทางปลายช่อ มีอายุการบานดอกเพียง 1 วัน (ทิวาภรณ์, 2549)

2.3.2 วงจรการเจริญเติบโตของปทุมมา

ปทุมมาเป็นไม้หัวล้มลุกประเภทยืนต้นมีการเจริญเติบโตออกดอกช่วงฤดูฝน ช่อดอกเริ่มมีการพัฒนาเมื่ออายุได้ประมาณ 70 วัน หลังปลูก แทะช่อดอกและบานดอกแรก เมื่ออายุได้ประมาณ

91 วัน และ 105 วัน ตามลำดับ (ทிரากอร์น, 2549) หลังจากนั้นลงหัวและต้นยวบตัวลงหลังจากออกดอก โดยปกติต้นปทุมมาเริ่มสร้างหัวใหม่เมื่อเริ่มออกดอก ประมาณเดือนตุลาคมใบเริ่มเหี่ยวเหลือง และต้นยวบตัวลง หัวพันธุ์พักตัวในช่วงฤดูหนาว ในช่วงที่มีสภาพอากาศแล้ง และในวันขึ้น คือเดือนพฤศจิกายน ถึงกุมภาพันธ์ เมื่อหัวพันธุ์พ้นระยะพักตัวจึงงอกเป็นต้นใหม่ในฤดูฝนของปีถัดไป โดยอยู่ในช่วงสัปดาห์สุดท้ายของเดือนมีนาคม (จิรวัดน์, 2535; สุรวิช, 2539)

จิรวัดน์ (2535) พบว่า ขนาดหัวพันธุ์มีผลต่อการเจริญเติบโตของปทุมมา โดยหัวพันธุ์ขนาดใหญ่ให้จำนวนหน่อต่อหนึ่งหัวเดิมสูงกว่าหัวพันธุ์ที่มีขนาดเล็กกว่า ซึ่งส่งผลให้ได้ปริมาณของหัวใหม่ต่อต้นในปลายฤดูปลูกมากกว่าตามไปด้วย จำนวนใบและขนาดของใบนอกจากจะส่งเสริมในด้านคุณภาพของหัวใหม่แล้วยังส่งเสริมคุณภาพของช่อดอกอีกด้วย หัวพันธุ์ที่มีรากสะสมอาหารมากกว่าให้จำนวนช่อดอกต่อต้นสูงกว่า สร้างและพัฒนาช่อดอกแรกได้เร็วกว่า

2.3.3 การปลูกและดูแลรักษา

สภาพแวดล้อมที่เหมาะสมกับปทุมมาสภาพดินเป็นดินร่วนปนทราย ระบายน้ำดี ดินมีค่าความเป็นกรดเป็นด่าง 6.5-7.0 อุณหภูมิที่เหมาะสม 20-30 องศาเซลเซียส ในช่วงกลางคืน เป็นพืชที่ชอบแสงแดดจัด ปทุมมาต้องการน้ำในช่วงการเจริญเติบโตและให้ดอก (วรวรรณ, 2548)

ปทุมมาและกระเจียวจะพักตัวในช่วงอากาศแห้งแล้งและช่วงวันสั้นปกติเหง้าจะพักตัวช่วงเดือนกันยายน และพร้อมจะงอกต้นใหม่อีกครั้งประมาณเดือนมีนาคม เจริญเติบโตได้ดีในสภาพดินที่มีอินทรีย์วัตถุสูง ระบายน้ำดี การปลูกในแปลงต้องใส่ปุ๋ยหมักในอัตรา 3-6 ตันต่อไร่ แปลงปลูกควรมีความกว้างไม่น้อยกว่า 1 เมตร ไม่ควรใช้มูลสัตว์หรือปุ๋ยคอก เพราะจะทำให้ดินมีสภาพเป็นกรด เหมาะแก่การเจริญเติบโตของแบคทีเรียสาเหตุ โรคเน่า และควรโรยปูนขาวก่อนเตรียมแปลงปลูก ซึ่งจะทำให้ดินมีสภาพเป็นด่าง ช่วยลดโอกาสการเกิดโรคเน่า สำหรับการปลูกในกระถางหรือถุงพลาสติกควรใช้ดินผสมโดยใช้ ทราย: ขุยมะพร้าว: ถ่านแกลบ อัตรา 2:1:2 และผสมทรายหยาบเพิ่มในอัตราส่วน 1:1 ช่วยเพิ่มการระบายน้ำให้ดีขึ้น (คณะบรรณาธิการสำนักพิมพ์บ้านและสวน, 2540)

2.4 การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช (Plant tissue culture)

การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช (Plant tissue culture) เป็นศาสตร์ทางด้านเทคโนโลยีชีวภาพ สาขาหนึ่ง โดยนำเซลล์เนื้อเยื่อหรืออวัยวะส่วนที่เป็นเนื้อเยื่อเจริญของพืชมาเลี้ยงในอาหารสังเคราะห์ (synthetic medium) ในสภาพปราศจากเชื้อ (aseptic condition) ภายใต้การควบคุมสภาวะแวดล้อมที่

เหมาะสม ได้แก่ อุณหภูมิ แสงสว่าง และความชื้นเป็นต้น (ประภัศร, ม.ป.ป.)

2.4.1 ประโยชน์ของการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

- 2.4.1.1 สามารถผลิตต้นพันธุ์พืชปริมาณมากในระยะเวลาอันรวดเร็ว
- 2.4.1.2 ต้นพืชที่ผลิตได้จะปลอดโรค
- 2.4.1.3 ต้นพืชที่ผลิตได้จะมีลักษณะพันธุกรรมเหมือนต้นแม่
- 2.4.1.4 ต้นพืชที่ผลิตได้จะมีขนาดสม่ำเสมอ ผลผลิตที่ได้มีมาตรฐาน
- 2.4.1.5 เพื่อการเก็บรักษาพันธุ์พืช
- 2.4.1.6 เพื่อประโยชน์จากการศึกษารากต้นพืช

(กรมส่งเสริมการเกษตร, ม.ป.ป.)

2.4.2 การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืชประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญหลัก 6 ขั้นตอน

- 2.4.2.1 การคัดเลือกเนื้อเยื่อพืช
- 2.4.2.2 การฟอกฆ่าเชื้อ
- 2.4.2.3 การเตรียมอาหารสำคัญเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ
- 2.4.2.4 การขยายพันธุ์เพิ่มจำนวน
- 2.4.2.5 การชักนำรากพืช
- 2.4.2.6 การย้ายออกปลูก

(สถาบันการแพทย์แผนไทย, ม.ป.ป.)

2.4.3 ส่วนประกอบของอาหารสังเคราะห์

2.4.3.1 ธาตุอาหารที่พืชต้องการ แบ่งเป็น ธาตุอาหารหลักที่พืชต้องการในปริมาณมาก เช่น ไนโตรเจน, ฟอสฟอรัส, โพแทสเซียม ฯลฯ และธาตุอาหารรองที่พืชต้องการในปริมาณที่น้อย เช่น เหล็ก, สังกะสี, ทองแดง, โบรอน ฯลฯ

- 2.4.3.2 วิตามิน เช่น thiamine, nicotinic acid, inositol ฯลฯ
- 2.4.3.3 สารควบคุมการเจริญเติบโต
- 2.4.3.4 น้ำตาล
- 2.4.3.5 สารประกอบอินทรีย์อื่น เช่น น้ำมะพร้าว, กลัวยบด ฯลฯ
- 2.4.3.6 วัสดุจำวน เช่น วุ้น (ในกรณีที่เป็นอาหารแข็ง)

(หน่วยปฏิบัติการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ โครงการอนุรักษ์พันธุกรรมพืชอันเนื่องมาจากพระราชดำริ สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี, 2544)

2.4.4 วิธีการดูแลรักษาพืชในสภาพขวดแก้ว

สภาพแวดล้อม สิ่งแวดล้อมที่สำคัญในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ คือ แสง และอุณหภูมิ ส่วนความชื้นนั้นถูกควบคุมอยู่แล้วเมื่อเลี้ยงในสภาพหลอดแก้ว



ภาพที่ 2.5 การเก็บรักษาเนื้อเยื่อไว้ในห้องที่ควบคุม

จากภาพที่ 2.5 จะเก็บรักษาเนื้อเยื่อไว้ในห้องที่ควบคุม การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อโดยมากจะเลี้ยงที่อุณหภูมิประมาณ 20 - 25 องศาเซลเซียส ใช้แสงจากหลอดฟลูออเรสเซนต์ โดยให้มีความเข้มข้นของแสงประมาณ 3,000 ลักซ์ แสงเท่านี้ก็เพียงพอในการให้พืชเจริญอยู่ได้ปกติ แต่ไม่เพียงพอต่อการสังเคราะห์แสงซึ่งไม่จำเป็นในระยะนี้เนื่องจากมีน้ำตาลอยู่ในอาหารแล้ว ช่วงแสงให้ประมาณ 12 - 16 ชั่วโมง บางครั้งให้ได้รับแสงตลอด 24 ชั่วโมง นอกจากนี้เมื่อเลี้ยงเนื้อเยื่อที่เลี้ยงทั้งบนอาหารกึ่งแข็งหรือในอาหารเหลวจะต้องมีการถ่ายเนื้อเยื่อลงอาหารใหม่ตามเวลาอันเหมาะสม การเลี้ยงเนื้อเยื่อไว้ในอาหารเดิมนาน ๆ จะทำให้เกิดภาวะขาดธาตุอาหารและมีของเสียที่เนื้อเยื่อถ่ายออกมาสะสมอยู่ เป็นผลให้เนื้อเยื่อหยุดเจริญเติบโตและตายได้ โดยทั่วไปจะต้องถ่ายเนื้อเยื่อที่เลี้ยงบนอาหารกึ่งแข็งทุก 4 - 6 สัปดาห์ และที่เลี้ยงในอาหารเหลว ทุก 2 - 4 สัปดาห์แล้วแต่ชนิดของพืช การถ่ายเนื้อเยื่อในระยะแรกควรนำเนื้อเยื่อที่ได้ทั้งหมดถ่ายลงอาหารใหม่จนกระทั่งได้เนื้อเยื่อที่อยู่ในสภาพที่แข็งแรงสมบูรณ์ ในระยะต่อมาจึงถ่ายเนื้อเยื่อเฉพาะบางส่วนที่สมบูรณ์ที่สุดและ ชิ้นส่วนพอเหมาะ ถ้าชิ้นส่วนเนื้อเยื่อเล็กมากเกินไปจะทำให้เนื้อเยื่อมีโอกาสรอด

น้อย แสงสว่างมีส่วนช่วยให้เนื้อเยื่อเจริญเติบโตได้เร็วขึ้น สิ่งสำคัญที่ต้องระวังในการถ่ายเนื้อเยื่อจะต้องใช้เทคนิคที่ปราศจากเชื้อ (สถาบันวิจัยและฝึกอบรมการเกษตรลำปาง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล, ม.ป.ป.)



จาก <http://web.agri.cmu.ac.th/course/359301/pprop/11.micropropagation/Micropropagation.html>

ภาพที่ 2.6 การย้ายต้นพืช

จากภาพที่ 2.6 การย้ายปลูกระหว่างโรงเรือนมีวิธีการดังนี้

1. นำต้นพืชที่ออกรากไว้ในโรงเรือนก่อนย้ายปลูกประมาณ 3-5 วัน
2. คลายฝาขวดเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อก่อนจะย้ายปลูกพืชประมาณ 2-3 วัน เพื่อให้ความชื้นสัมพัทธ์ในขวดลดลง
3. ใช้ปากคีบหรือลวดปลายงอคีบต้นพืชที่แข็งแรงและมีรากที่สมบูรณ์ออกจากขวดแต่ต้องระวังอย่าให้ต้นช้ำ
4. ถ้างู้นออกจากกรากพืชให้สะอาดและเช็ดเพื่อป้องกันกำจัดเชื้อรา
5. ปลูกพืชในภาชนะปลูกที่บรรจุวัสดุปลูกไว้แล้ว
6. รดน้ำเพื่อให้ความชื้นแก่ต้นพืชหลังปลูกเสร็จใหม่ ๆ
7. นำต้นพืชที่เพิ่งย้ายปลูกเก็บในถุงพลาสติกห่อหุ้มหรือกระโจมเพื่อรักษาความชื้นไว้ในระบบปิด

2.5 ทฤษฎีบทพื้นฐาน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้เป็นแบบจำลองที่มาจากสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equation) โดยแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic Growth Model) และแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติก (Multi-Logistic Growth Model) ถูกพัฒนามาจากแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Growth Model) ซึ่งแบบจำลองแบบเอกซ์โปเนนเชียลไม่มีขอบเขตของการเจริญเติบโต ทำให้ไม่สามารถใช้กับประชากรของสิ่งมีชีวิตส่วนใหญ่ซึ่งมีขอบเขตการเจริญเติบโต จึงมีการปรับปรุงแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Growth Model) มาเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (Logistic Growth Model) โดยมีการเพิ่มเทอม “negative feedback” ซึ่งทำให้อัตราการเจริญเติบโตของประชากรลดลงเมื่อมีการเข้าใกล้ค่าจำกัด (อนุชิต, 2546)

แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{dG(t)}{dt} = rG(t) \quad (2.5.1)$$

$$\frac{dG(t)}{G(t)} = rdt \quad (2.5.2)$$

นำมาหาผลเฉลยจะได้

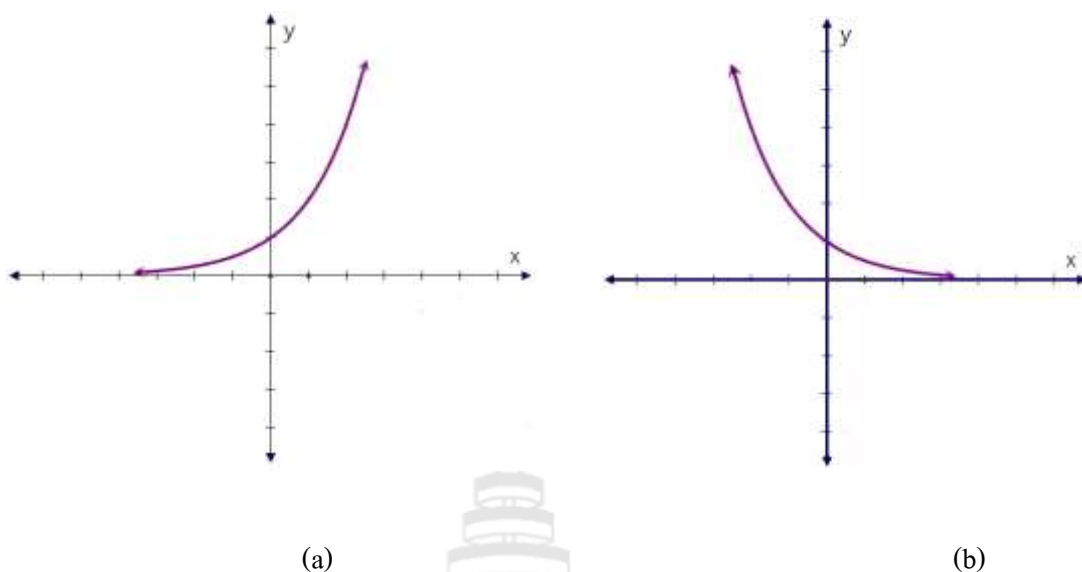
$$G(t) = \beta \exp(rt) \quad (2.5.3)$$

$G(t)$ คือ การเจริญเติบโตที่เวลา t

r คือ อัตราการเจริญเติบโต

β คือ ค่าเริ่มต้น

จากสมการ (2.5.3) ถ้า $r > 0$ มีผลทำให้การเจริญเติบโตเพิ่มขึ้น $r < 0$ มีผลทำให้การเจริญเติบโตลดลง ดังภาพที่ 2.7 และ $r = 0$ มีผลทำให้การเจริญเติบโตคงที่



ภาพที่ 2.7 กราฟฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

ทำการปรับปรุงสมการ (2.5.3) ให้มีขอบเขตการเจริญเติบโต เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกที่มีการเพิ่มพจน์ที่เป็น “negative feedback” เขียนได้ดังนี้

$$\frac{dG(t)}{dt} = rG(t) \left[1 - \frac{G(t)}{K} \right] \quad (2.5.4)$$

จากสมการ (2.5.4) การเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้น เมื่อถึงจุดๆ หนึ่งจะต้องลดลงให้อยู่ในระดับที่สามารถจะเจริญเติบโตได้มากที่สุด จุดนั้นเรียกว่า carrying capacity (K) เป็นจุดสูงสุดที่จะเจริญเติบโตได้ ดังนั้นกราฟที่ได้จะมีขอบเขตการเจริญเติบโต ปัจจัยที่ทำให้มีขอบเขตของการเจริญเติบโตคือ $\left[1 - \frac{G(t)}{K} \right]$ ดังสมการ (2.5.4) และจากสมการ (2.5.4) การเจริญเติบโตจะเพิ่มขึ้นเมื่อ $G(t) < K$ การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อ $G(t) > K$ การเจริญเติบโตคงที่เมื่อ $G(t) = K$

เมื่อนำสมการ (2.5.4) มาหาผลเฉลยจะได้

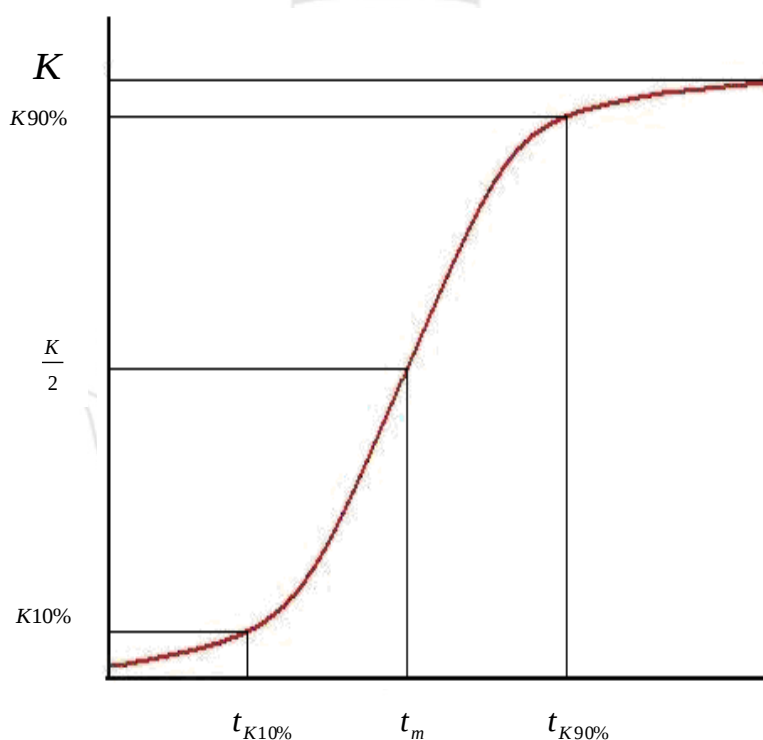
$$G(t) = \frac{K}{1 + \exp(-r(t - c))} \quad (2.5.5)$$

$G(t)$ คือ การเจริญเติบโตที่เวลา t

t คือ เวลา

K, r, c คือพารามิเตอร์ของการเจริญเติบโต

โดย c เป็นตัวกำหนดระยะเวลาการเจริญเติบโต r จะระบุถึงความกว้างของเส้นโค้ง เพื่อให้ง่ายต่อการอธิบายการเจริญเติบโตของพืชเปลี่ยน r ให้อยู่ในรูป Δt ซึ่งหมายถึงช่วงการเจริญเติบโตจาก 10% ถึง 90% ของค่าจำกัดการเจริญเติบโต K ดังภาพที่ 2.8



ภาพที่ 2.8 กราฟแสดงช่วงการเจริญเติบโตที่ 10%-90%

การเจริญเติบโตที่ 10%-90% คือ

$$G(t_{K10\%}) = \frac{10}{100} K$$

$$G(t_{K90\%}) = \frac{90}{100} K$$

นำค่า $G(t_{K10\%})$ แทนในสมการ (2.5.5)

$$\frac{10}{100} K = \frac{K}{1 + \exp(-r(t_{K10\%} - c))}$$

$$\frac{10}{100} (1 + \exp(-r(t_{K10\%} - c))) = 1$$

$$-r(t_{K10\%} - c) = \ln(9) \quad (2.5.6)$$

นำค่า $G(t_{K90\%})$ แทนในสมการ (2.5.5)

$$\frac{90}{100} K = \frac{K}{1 + \exp(-r(t_{K90\%} - c))}$$

$$\exp(-r(t_{K90\%} - c)) = \frac{1}{9}$$

$$-r(t_{K90\%} - c) = -\ln(9) \quad (2.5.7)$$

เอา สมการ (2.5.6) ลบสมการ (2.5.7) จะได้

$$-r(t_{K10\%} - c) + r(t_{K90\%} - c) = \ln(9) + \ln(9)$$

$$r(t_{K90\%} - t_{K10\%}) = \ln(81)$$

ให้ช่วงการเจริญเติบโตเท่ากับ Δt ดังนั้น

$$r(\Delta t) = \ln(81)$$

$$r = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

ดังนั้น

$$G(t) = \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - c)\right)} \quad (2.5.8)$$

c เป็นตัวกำหนดระยะเวลาการเจริญเติบโตที่มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดที่ $\frac{K}{2}$ จึงเปลี่ยน c ให้อยู่ในรูป t_m คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

กำหนดให้ $G(t_m) = \frac{K}{2}$ แทนในสมการ (2.5.8)

$$G(t_m) = \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c)\right)}$$

$$\frac{K}{2} = \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c)\right)}$$

$$\left(1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c)\right)\right) = 2$$

$$\exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c)\right) = 1$$

$$-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c) = \ln(1)$$

$$-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t_m - c) = 0$$

$$t_m - c = 0$$

$$t_m = c$$

$$\text{ดังนั้น } G(t) = \frac{K}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right)} \quad (2.5.9)$$

2.5.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติเอกซ์โปเนนเชียล (Multi-Exponential Growth Model)

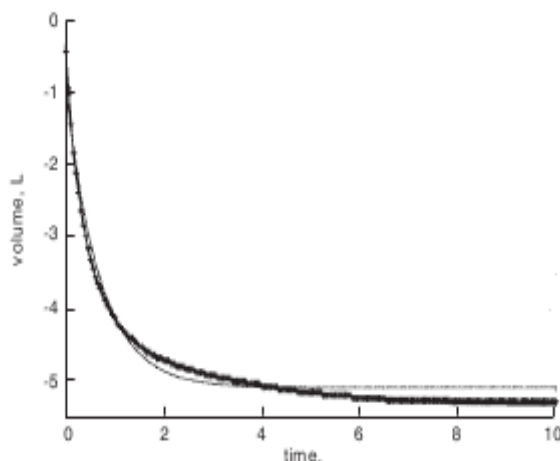
แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบไม่จำกัดหรือไม่มีขอบเขต แต่แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติเอกซ์โปเนนเชียล (Multi-Exponential Growth Model) จะใช้กับข้อมูลที่มีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็วคือการเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างรวดเร็ว มีจำนวนข้อมูลมากและละเอียด แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติเอกซ์โปเนนเชียลมีรูปแบบดังนี้

$$G(t) = \sum_{i=1}^n [\beta_i \exp(r_i t)] \quad (2.5.10)$$

โดยที่ r คือ อัตราการเจริญเติบโต

β คือ ค่าเริ่มต้น

จากสมการ (2.5.10) จะสามารถแสดงตัวอย่างกราฟได้ดังภาพที่ 2.9



จาก Analysis of forced expired volume signals using multi-exponential functions. **Med. Biol. Eng. Comput.**, 39, 190-194.

ภาพที่ 2.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง volume และ time

จากภาพที่ 2.9 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง volume และ time โดยเส้นทึบเป็นค่าที่ได้จากการวัด ส่วนเส้นบางเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งในการคำนวณค่าจะใช้ มัลติเอกซ์โปเนนเชียล แบบ 2 ช่วงในการคำนวณค่า มีรูปแบบดังนี้ $G(t) = \beta_1 \exp(r_1 t) + \beta_2 \exp(r_2 t)$ จากกราฟจะเห็นว่าการลดลงในช่วงแรกจะลดลงอย่างรวดเร็ว ดังนั้นจึงต้องใช้มัลติเอกซ์โปเนนเชียลในการคำนวณค่า

2.5.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติก (Multi-Logistic Growth Model)

การเจริญเติบโตของพืชในช่วงเวลาหนึ่ง อาจมีการเจริญเติบโตที่เกิดขึ้นพร้อมกันมากกว่าหนึ่งกระบวนการ แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกไม่สามารถอธิบายการเจริญเติบโตที่ซับซ้อนได้ จึงได้มีการปรับปรุงแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกโดยจัดรูปแบบสมการใหม่ ซึ่งได้เสนอแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบใหม่นี้ว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติลอจิสติก เป็นแบบจำลองที่รวมเอาแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกแบบง่ายมาไว้ด้วยกัน ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

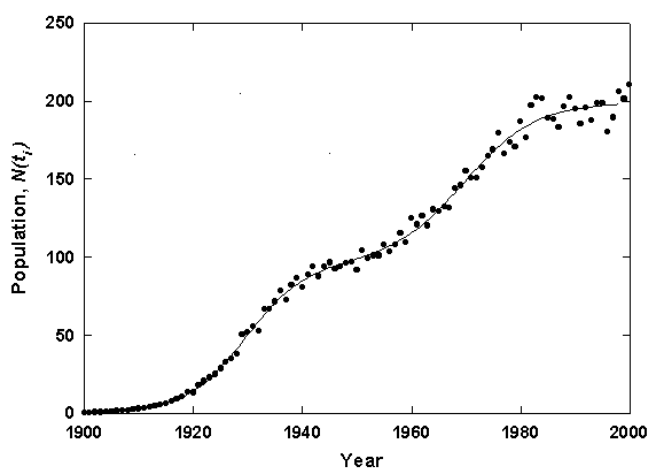
$$G(t) = \sum_{i=1}^n G_i(t)$$

โดยที่ $G_i(t)$ หมายถึง การเจริญเติบโตช่วงที่ i ของการเจริญเติบโตทั้งหมด n ช่วง แสดงได้ดังนี้

$$G_i(t) = \frac{K_i}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_i}(t - t_{mi})\right)} \quad (2.5.11)$$

(อนุชิต, 2546)

จากสมการ (2.5.11) จะสามารถแสดงตัวอย่างกราฟได้ดังภาพที่ 2.10



จาก Bi-logistic growth. *The Journal Technological Forecasting and Social Change* 47 , 89- 102.

ภาพที่ 2.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Population และ Year

จากภาพที่ 2.10 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Population และ Year โดยจุดเป็นค่าที่ได้จากการเก็บข้อมูล ส่วนเส้นเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งในการคำนวณหาค่า Population

จะใช้ มัลติลอจิสติก ในรูปนี้จะเป็นมัลติลอจิสติกแบบ 2 ช่วงที่ใช้ในการคำนวณหาค่า Population ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$G(t) = \frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t_1}(t - t_{m1})\right)} + \frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2}(t - t_{m2})\right)}$$

2.6 การทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง (Model Validation)

เป็นการประเมินความสามารถเพื่อทำนายบางอย่างในเชิงทฤษฎี เป็นค่าที่บอกถึงความแม่นยำที่ตรงตรงของการทำนาย (Predict) กับค่าที่วัดได้จริง (Observe) โดยคำนวณจาก ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error : *RMSE*) และ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: *SE*)

2.6.1 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error : *RMSE*)

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error) ตัวย่อคือ *RMSE* คือ การวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก *RMSE* มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง ดังนั้น หากมีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว หมายความว่าไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลอง นี้เลย (ชิตชนก, 2547) *RMSE* จำนวนได้ดังนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (observe - predict)^2}{N}}$$

N = จำนวนตัวอย่าง

(ชมพูนุช, 2549)

2.6.2 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: *SE*)

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน อาจเรียกแบบสั้นๆว่า “Standard Error” หรือตัวย่อ *SE* หมายถึง ค่าที่แสดงว่าโดยเฉลี่ยแล้วค่าเฉลี่ยของตัวอย่างแต่ละตัวแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากรมากน้อยเพียงใด เพื่อประโยชน์ในการตัดสินใจ โดยคำนวณได้จากสูตร

$$SE = \frac{\sum (observe - predict)^2}{N - 2}$$

N = จำนวนตัวอย่าง

(นิตยชัย, 2543)



บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

ในส่วนของระเบียบวิธีวิจัยจะกล่าวถึงการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อใช้ในขั้นตอนการหาแบบจำลองของงานวิจัยชิ้นนี้ ซึ่งคือ การเจริญเติบโตของปทุมมา สามารถวัดให้อยู่ในรูปความยาวรวมเฉลี่ย โดยปลูกปทุมมาเป็น 3 สภาพ ดังนี้คือ ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (vegetative growth) และสภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยงในช่วงพัฒนาดอก (reproductive or flowering growth) โดยบันทึกการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมา

3.1 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

ต้นปทุมมา (*Curcuma alismatifolia* Gagnep.) ที่ใช้ในการเก็บข้อมูลจะทำการเพาะเลี้ยงจากตาข้างของเหง้าดังภาพที่ 3.1 ซึ่งทำการเพาะเลี้ยงจำนวน 25 ต้น ติดเชื้อจำนวน 9 ต้น ดังนั้นจะเหลือเก็บข้อมูลจำนวน 18 ต้น เลือกใช้เป็นข้อมูลสำหรับสร้างแบบจำลองจำนวน 11 ต้น โดยทำการบันทึกข้อมูลความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ในช่วงเดือนมิถุนายนถึงเดือนกรกฎาคม จำนวน 32 วัน



ภาพที่ 3.1 ลักษณะตาข้างของเหง้า

วิธีการ (สภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ)

1. ในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช จะเลี้ยงในห้องปฏิบัติการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ภาพที่ 3.2 และเลี้ยงในอาหารสูตร MS (Murashigie and Skoog, 1962)
2. ในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช ทำการเลี้ยงเนื้อเยื่อพืชขวดละ 1 ต้น
3. ในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช ควบคุมอุณหภูมิที่ 25 องศาเซลเซียส ระยะเวลาให้แสง 12: 12 (สว่าง: มืด) ความเข้มแสงประมาณ 1000 – 1200 lux
4. ทำการบันทึกการเจริญเติบโต โดยทำการวัดความยาวของใบปทุมมาแต่ละใบ (เซนติเมตร) จะทำการวัดจากจุดที่กำหนดคือโคนต้นถึงบนสุดของขวด โดยทำการวัดทุกใบ
5. บันทึกข้อมูลโดยทำการวัดความยาวของใบทุกวัน โดยทำการวัดจากนอกขวด
6. บันทึกข้อมูลจนกระทั่งต้นปทุมมาพร้อมที่จะนำไปปลูกในสภาพธรรมชาติได้



ภาพที่ 3.2 ห้องปฏิบัติการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

3.2 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

ต้นปทุมมา (*Curcuma alismatifolia* Gagnep.) ที่ใช้ในการบันทึกข้อมูลจะมาจากต้นพันธุ์ที่ได้มาจากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อดังภาพที่ 3.3 โดยทำการปลูกในถุงดำใส่ดินและเพาะเลี้ยงภายใต้โรงเรือนที่มีตาข่ายพรางแสง จำนวน 17 ต้น นำข้อมูลทั้ง 17 ต้นมาสร้างแบบจำลอง โดยบันทึกข้อมูลความยาวของใบปทุมมา ในช่วงเดือนสิงหาคมถึงเดือนธันวาคม จำนวน 122 วัน



ภาพที่ 3.3 ต้นพันธุ์ที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

วิธีการ (ระยะพัฒนาใบ ลำต้น)

1. นำต้นพันธุ์ที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อออกจากห้องเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

2. คลายฝาขวดเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อก่อนจะย้ายปลูกรากพืชประมาณ 1-2 วัน เพื่อให้ความชื้นสัมพัทธ์ในขวดลดลง
3. ใช้ปากกิบหรือลวดปลายงอโค้งงอขึ้นพืชที่แข็งแรงและมีรากที่สมบูรณ์ออกจากขวด แต่ต้องระวังอย่าให้ต้นช้ำ
4. ล้างรากออกจากรากพืชให้สะอาดและแช่ยาเพื่อป้องกันกำจัดเชื้อรา
5. นำไปเพาะเลี้ยงในหลุมเพาะ ซึ่งเป็นภาชนะปลูกที่บรรจุวัสดุปลูกไว้แล้วดังภาพที่ 3.4 วัสดุปลูกที่ใช้คือ ทราย : ขุยมะพร้าว : จีเล้าแกลบ ประมาณ 1: 1: 1
6. รดน้ำเพื่อให้ความชื้นแก่ต้นพืชหลังปลูกเสร็จใหม่ๆ
7. นำออกจากภาชนะปลูก ไปปลูกในถุงพลาสติกดำใส่ดิน ถุงละ 1 ต้น ดังภาพที่ 3.5
8. ใช้วัสดุปลูกที่ประกอบด้วย ดิน: ทราย: แกลบดิบ: ถ่านแกลบ อัตราส่วน 1: 1: 1: 1 เป็นวัสดุปลูก
9. นำไปวางไว้ในโรงเรือนที่มีตาข่ายพรางแสง โดยความเข้มแสงแตกต่างจากภายนอก โรงเรือนประมาณ 60 เปอร์เซ็นต์ และยกพื้นสูงจากพื้นดินประมาณ 1 เมตร ดังภาพที่ 3.6 ให้น้ำทุก 2 วันและให้ปุ๋ยเดือนละ 1 ครั้ง
10. บันทึกการเจริญเติบโต โดยทำการวัดความยาวของใบ (เซนติเมตร) วัดจากจุดที่กำหนดคือ โคนต้นถึงปลายใบ โดยทำการวัดใบปทุมมาทุกใบ
11. บันทึกข้อมูลโดยการวัดความยาวของใบปทุมมาทุกใบ ทำการบันทึกข้อมูลทุกวัน
12. ทำการบันทึกข้อมูลจนกระทั่งต้นปทุมมาพักตัว



ภาพที่ 3.4 ต้นปทุมมาที่เพาะเลี้ยงในหลุมเพาะ



ภาพที่ 3.5 ต้นปทุมมาที่ปลูกในถุงใส่ดิน



ภาพที่ 3.6 ลักษณะโรงเรือน

3.3 การศึกษาการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมาในระยะพัฒนา ดอกภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

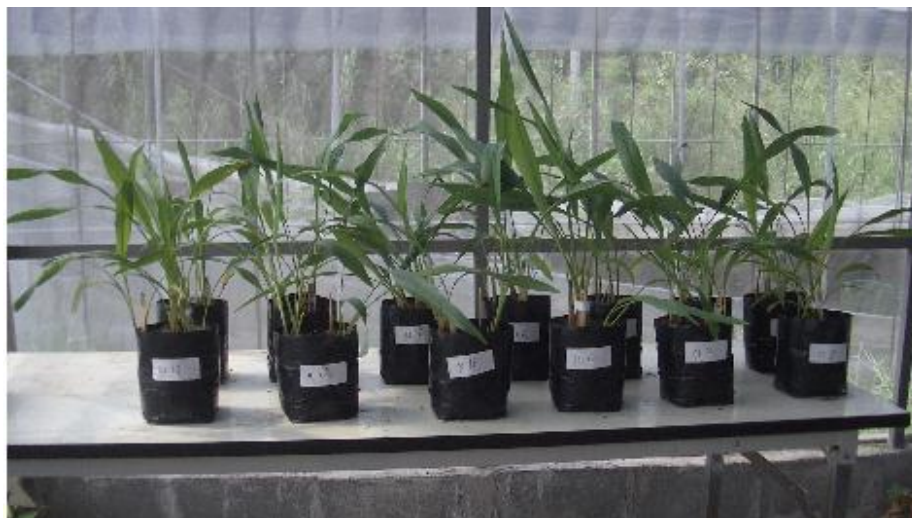
ต้นปทุมมา (*Curcuma alismatifolia* Gagnep.) ที่ใช้ในการบันทึกข้อมูลเป็นต้นพันธุ์ที่ได้ผ่านการปลูกมาแล้ว 2 ครั้ง เป็นต้นที่พร้อมที่จะออกดอก ดังภาพที่ 3.7 โดยทำการปลูกในถุงดำใส่ดินและเพาะเลี้ยงภายใต้โรงเรือนที่มีตาข่ายพรางแสง จำนวน 27 ต้น นำข้อมูลจำนวน 14 ต้นมาสร้างแบบจำลอง โดยบันทึกข้อมูลความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ทำการปลูกต้นปทุมมาในช่วงเดือนมิถุนายนถึงเดือนตุลาคม



ภาพที่ 3.7 ต้นปทุมมาที่พร้อมออกดอก

วิธีการ (ช่วงพัฒนาดอก)

1. ปลูกลงต้นปทุมมาในถุงพลาสติกดำใส่ดิน ถุงละ 3 หัว ดังภาพที่ 3.8
2. ใช้วัสดุปลูกที่ประกอบด้วย ดิน: ทราย: แกลบดิบ: ถ่านแกลบ อัตราส่วน 1: 1: 1: 1 เป็นวัสดุปลูก
3. นำไปวางไว้ในโรงเรือนที่มีตาข่ายพรางแสง โดยความเข้มแสงแตกต่างจากภายนอก โรงเรือนประมาณ 60 เปอร์เซ็นต์ ให้น้ำทุก 2 วันและให้ปุ๋ยเดือนละ 1 ครั้ง
4. บันทึกการเจริญเติบโต โดยทำการวัดความยาวของใบและดอกปทุมมา (เซนติเมตร) โดยวัดจากจุดที่กำหนดคือ โคนต้นถึงปลายใบและด้านบนสุดของดอก
5. บันทึกข้อมูลโดยการวัดความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา โดยทำการบันทึกข้อมูลทุกวัน จนกระทั่งต้นปทุมมาพักตัว



ภาพที่ 3.8 ต้นปทุมมาที่ปลูกในถุงใส่ดิน

3.4 การพัฒนาแบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมา

3.4.1 การจำลองแบบเป็นวิธีการหนึ่งในกระบวนการการแก้ปัญหาในด้านต่างๆ ซึ่งจำกัดความของการจำลองแบบคือ กระบวนการสร้างแบบจำลองของปัญหา แล้วดำเนินการทดลองโดยใช้แบบจำลองนั้นเพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมของปัญหานั้นๆ สำหรับงานวิจัยนี้ การหาแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมา จะหาจากการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากการปลูกปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) และในสภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น และในช่วงพัฒนาดอก มาวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาแต่ละใบ รวมทั้งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของการเจริญเติบโตระหว่างด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมา ซึ่งพิจารณาถึงความเกี่ยวข้องของพฤติกรรมภายในต้นพืช ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.4.2 การพัฒนาแบบจำลองจะใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณค่าความยาวของใบแต่ละใบและความยาวของช่อดอก ซึ่ง MATLAB เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้ในการคำนวณทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้เป็นจำนวนมาก โปรแกรม MATLAB สามารถใช้แทนเครื่องคำนวณทางคณิตศาสตร์ หรือเพื่อการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับวิเคราะห์งานที่มีความซับซ้อนได้ (ปราโมทย์, 2551)

3.4.3 หลังจากนั้นทำการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง (Model Validation) โดย
การวิเคราะห์ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square error:
RMSE) และ ค่า ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) เพื่อดูความแม่นยำที่แท้จริงของ
แบบจำลอง



บทที่ 4

ผลการศึกษา

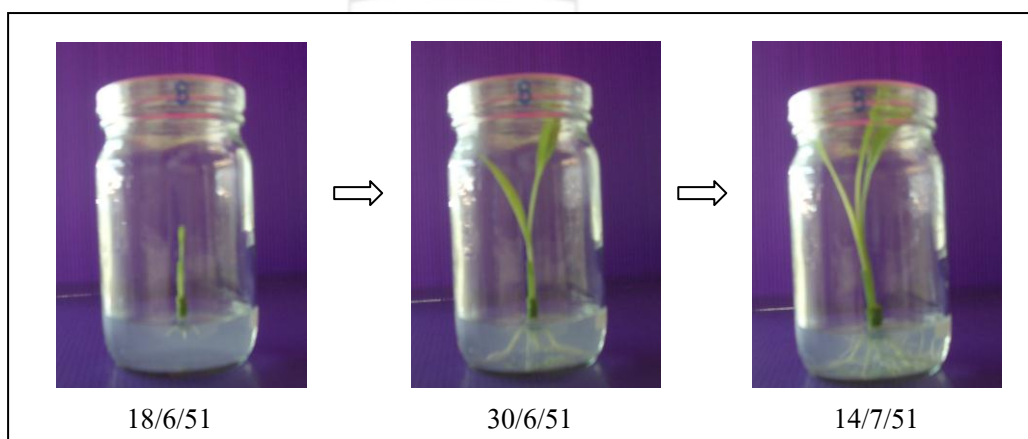
การศึกษากาเรณูเติบโตของปทุมมาที่มีวัตถุประสงค์เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา โดยได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 3 สภาพ คือ การหาแบบจำลองการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) การหาแบบจำลองการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในช่วงพัฒนาใบและลำต้น และการหาแบบจำลองการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมาในช่วงพัฒนาดอก ในสภาพปลูกในถุงไส้ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

4.1 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

จากข้อมูลที่ได้จากการปลูกปทุมมาในหลอดทดลองดังภาพที่ 4.1 เป็นเวลา 32 วัน (แสดงในภาคผนวก ก) พบว่า การเจริญเติบโตของใบปทุมมาในสภาพนี้จะมีจำนวน 3 ใบดังภาพที่ 4.2

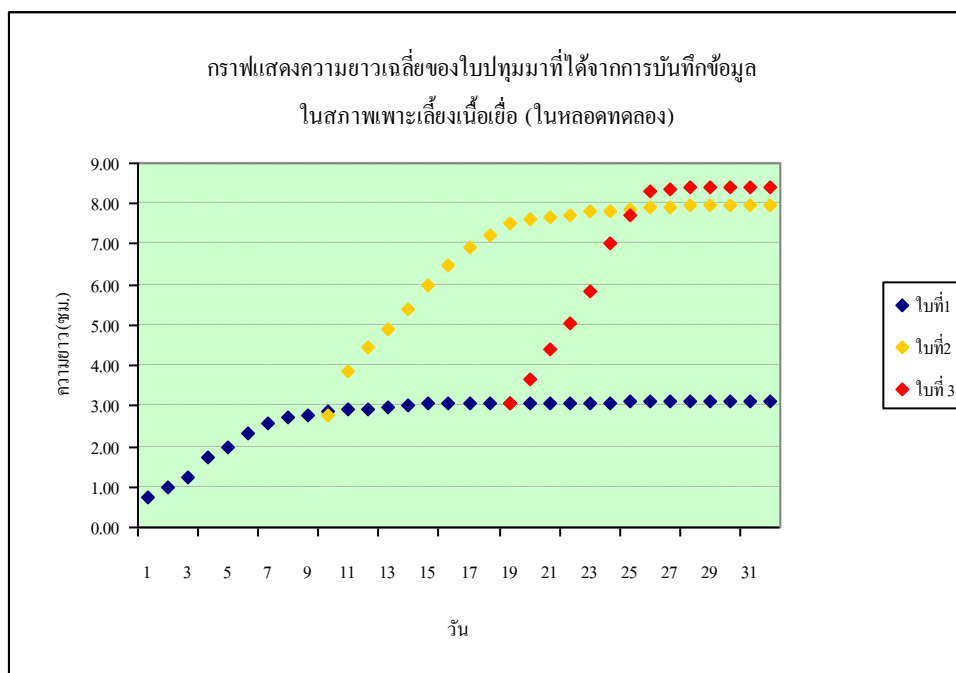


ภาพที่ 4.1 ปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ



ภาพที่ 4.2 การเจริญเติบโตของปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

จากการเจริญเติบโตของใบปทุมมาแต่ละใบพบว่าใบที่ 1 จะมีความยาวน้อยที่สุด รองลงมาคือใบที่ 2 ใบที่มีความยาวมากที่สุดคือใบที่ 3 ซึ่งจากการเก็บข้อมูลจะสังเกตพบว่าใบที่ 1 จะเริ่มหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 2 เริ่มเจริญเติบโต เช่นเดียวกับใบที่ 2 จะหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต และใบที่ 3 จะเจริญเติบโตไปสูงสุดที่ความสูงของหลอดทดลอง ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.3



ภาพที่ 4.3 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบปทุมมา ที่ได้จากการบันทึกข้อมูล

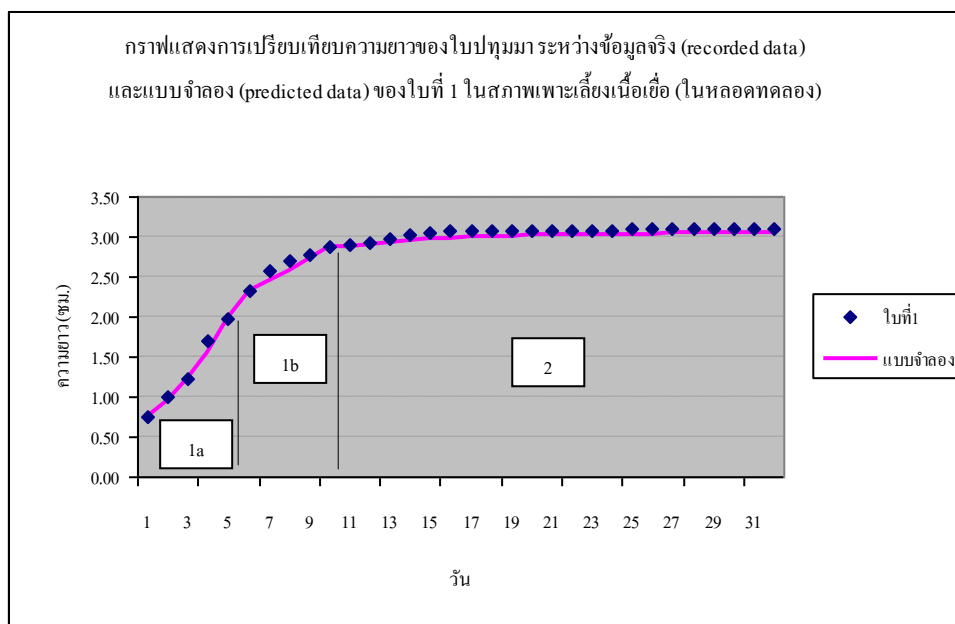
จากข้อมูลที่ได้ทำให้นำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของ
ใบปทุมมาแต่ละใบได้ดังนี้

4.1.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 1 ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{2Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) \left(t_{mL_{21}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases}$$

(4.1.1)

- $G_1(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 1 ของปทุมมาที่เวลา t
 t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a
 t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b
 t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 2
 K_1 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 1
 Δt_1 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 1
 t_{m1} คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 1
 L_{21} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2
 L_{22} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2
 t_{21} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2
 t_{22} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2
 $t_{mL_{21}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด
 β_1, β_2 คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 r_1, r_2 คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.4 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data)

จากข้อมูลของใบที่ 1 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ดังภาพที่ 4.3 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 1 ดังสมการ (4.1.1) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.4 ซึ่งจากภาพที่ 4.4 และสมการ (4.1.1) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 และ 2 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ช่วงย่อย 1a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 5 โดย t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 5 โดยมี β_1 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 0.7545 เซนติเมตร และ r_1 คืออัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ส่วนในช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 6 ถึงวันที่ 10 โดย t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 10 มี β_2 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 2.3128 เซนติเมตร และ r_2 เป็นอัตราการเจริญเติบโตในช่วงนี้ ซึ่งช่วงย่อย 1a และ 1b จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะที่ 2 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 11 ถึงวันที่ 32 ของการเจริญเติบโต และเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก เนื่องจากมีขอบเขตของการเจริญเติบโตคือ K_1 มีค่าเท่ากับ 3.0909 เซนติเมตร และมี t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 2 ซึ่งคือวันที่ 32 โดย t_{m1} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อใบที่ 2

เริ่มเจริญเติบโต โดยในสมการ (4.1.1) L_{21} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 3.8545 เซนติเมตร และ L_{22} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 7.9636 เซนติเมตร ส่วน t_{21} และ t_{22} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในส่วนของ $t_{mL_{21}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.1.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 2 ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

$$G_2(t) = \begin{cases} \left[\beta_3 \exp(r_3(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{2Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) (t_{mL_{31}}) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases} \quad (4.1.2)$$

$G_2(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 2 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 2

K_2 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 2

Δt_2 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 2

t_{m2} คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 2

L_{31} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3

L_{32} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3

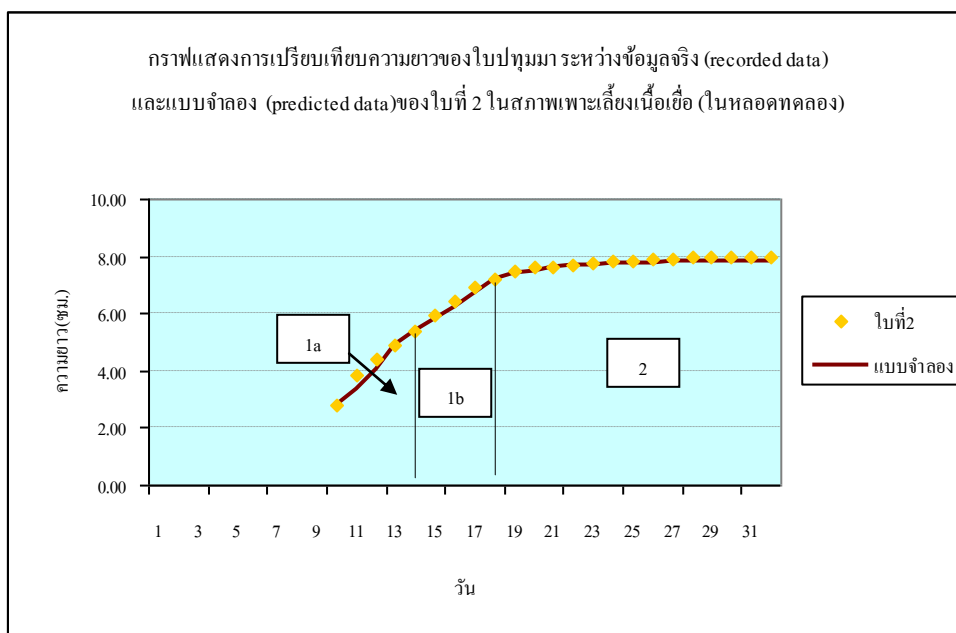
t_{31} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3

t_{32} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3

$t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด

β_3, β_4 คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

r_3, r_4 คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.5 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data)

จากข้อมูลของใบที่ 2 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 23 วัน ดังภาพที่ 4.3 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 2 ดังสมการ (4.1.2)) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.5 ซึ่งจากภาพที่ 4.5 และสมการ (4.1.2) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2 ในช่วงที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ซึ่งในช่วงย่อยที่ 1a จะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 10 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 32 วัน โดยมี t เป็นวันในการเจริญเติบโตของช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 1 ถึง 4 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 4 โดยมี β_3 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 2.7818 เซนติเมตร และ r_3 คืออัตราการเจริญเติบโต และช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 5 ถึงวันที่ 8 โดย t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย

1b ซึ่งคือวันที่ 8 โดย β_4 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 5.4000 เซนติเมตร และ r_4 คืออัตราการเจริญเติบโตของช่วงย่อย 1b โดยทั้งสองช่วงย่อยนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะที่ 2 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 9 ถึงวันที่ 23 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{3Max}) ในระยะที่ 2 ซึ่งคือวันที่ 23 ขอบเขตของการเจริญเติบโตคือ K_2 มีค่าเท่ากับ 7.9636 เซนติเมตร และมี t_{m2} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต โดยในสมการ (4.1.2) L_{31} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 3.6545 เซนติเมตร และ L_{32} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 8.3909 เซนติเมตร ส่วน t_{31} และ t_{32} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในส่วนของ $t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ระยะที่ 2 นี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก

4.1.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 3 ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

$$G_3(t) = \begin{cases} \left[\beta_5 \exp(r_5(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_6 \exp(r_6((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}((t-t_{2Max})-t_{m3})\right)} \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases} \quad (4.1.3)$$

$G_3(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 3 ของปทุมมาที่เวลา t

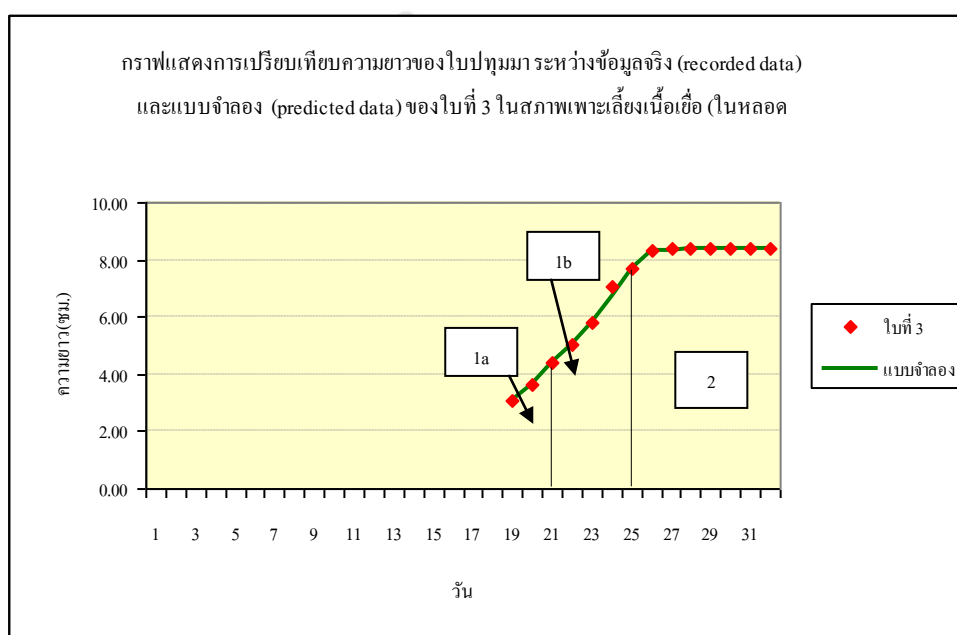
t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 2

- K_3 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- Δt_3 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- t_{m3} คือ เวลาที่ใบปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- β_5, β_6 คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
- r_5, r_6 คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.6 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data)

จากข้อมูลของใบที่ 3 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 14 วัน ดังภาพที่ 4.3 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 3 ดังสมการ (4.1.3) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.6 ซึ่งจากภาพที่ 4.6 และสมการ (4.1.3) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ระยะคือ ระยะที่ 1 และ 2 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ซึ่งในช่วงย่อยที่ 1a จะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 19 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 32 วัน โดยมี t เป็นวันในการเจริญเติบโตของช่วงย่อย 1a คือวันที่ 1 ถึง 3 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 3 โดย β_5 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 3.0545 เซนติเมตร และ r_5 คืออัตราการเจริญเติบโตของช่วงย่อย 1a ในช่วงย่อย 1b มี t

เป็นวันในการเจริญเติบโต ซึ่งคือวันที่ 4 ถึง 7 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 7 โดย β_6 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 5.0636 เซนติเมตร และ r_6 คืออัตราการเจริญเติบโตของช่วงย่อยนี้ ทั้งสองช่วงย่อยจะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะที่ 2 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 8 ถึงวันที่ 14 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{3Max}) ในระยะที่ 2 ซึ่งคือวันที่ 14 มี K_3 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 8.3909 เซนติเมตร โดย t_{m3} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ระยะนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก

4.1.4 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

จากแบบจำลองการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในแต่ละใบ สามารถนำมาเขียนสรุปรวมเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงด้านความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) ได้ดังนี้

$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{2Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) \left(t_{mL_{21}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases}$$

$$G_2(t) = \begin{cases} \left[\beta_3 \exp(r_3(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{2Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) \left(t_{mL_{31}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases}$$

$$G_3(t) = \begin{cases} \left[\beta_5 \exp(r_5(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_6 \exp(r_6((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}((t-t_{2Max})-t_{m3})\right)} \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \end{cases}$$

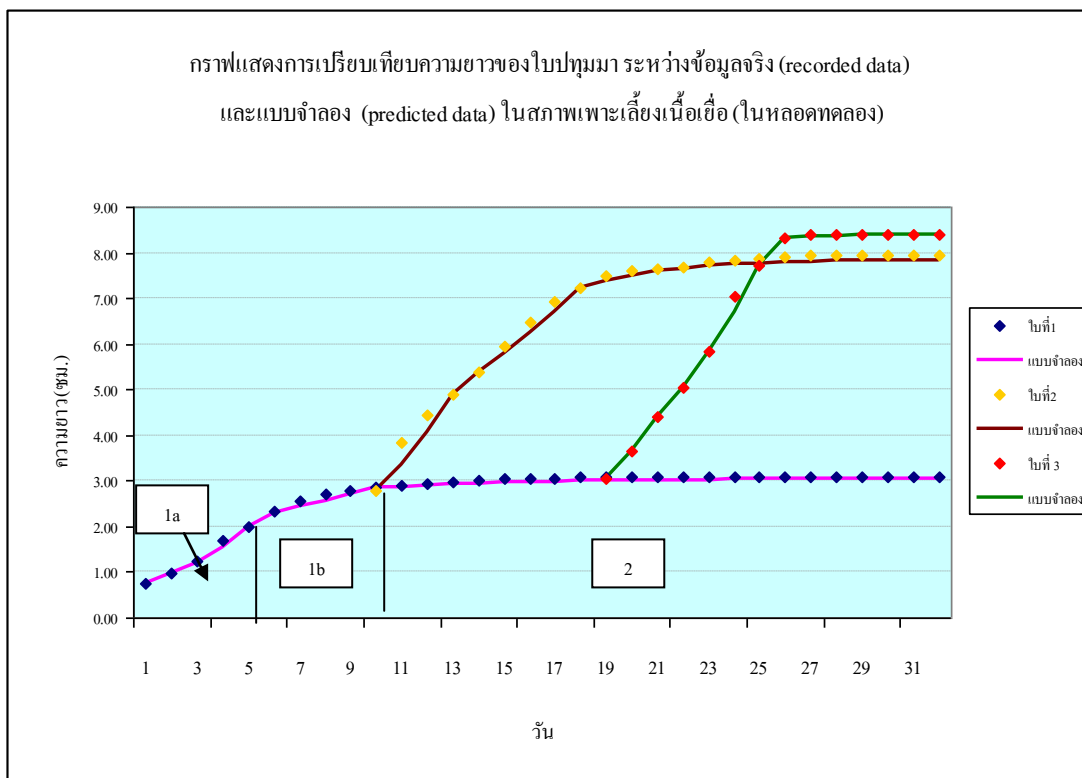
$G_1(t), G_2(t), G_3(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 1, 2, 3 ของปทุมมาที่เวลา t

- t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
- t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a
- t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b
- t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 2
- K_1 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 1
- Δt_1 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 1
- t_{m1} คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 1
- K_2 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 2
- Δt_2 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 2
- t_{m2} คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 2
- K_3 คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- Δt_3 คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- t_{m3} คือ เวลาที่ใบปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในระยะที่ 2 ใบที่ 3
- L_{21} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2
- L_{22} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2
- t_{21} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2
- t_{22} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2
- $t_{mL_{21}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด

- L_{31} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3
 L_{32} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3
 t_{31} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3
 t_{32} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3
 $t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด
 $\beta_1 - \beta_6$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_1 - r_6$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$$\text{โดยค่า } t_m \text{ หาได้จากสมการ } t_m = \frac{\ln \left[\frac{k}{G(t)} - 1 \right] + \left[\frac{\ln 81}{\Delta t} \right]}{\left[\frac{\ln 81}{\Delta t} \right]} \quad (4.1.4)$$

เมื่อนำค่าที่ได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการเก็บข้อมูล (แสดงในภาคผนวก ก) จะสามารถนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังภาพที่ 4.7



ภาพที่ 4.7 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

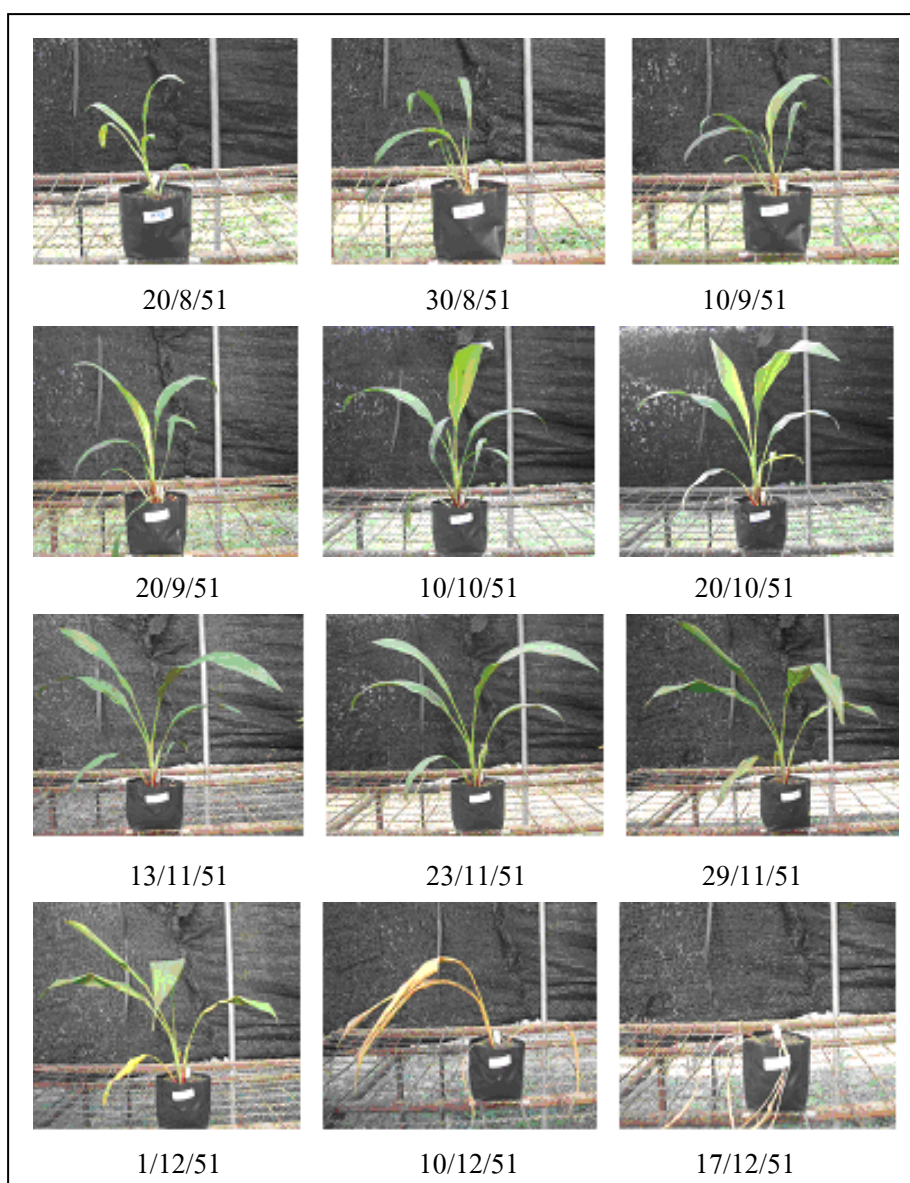
จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า การเจริญเติบโตของใบแต่ละใบ จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ระยะโดยระยะที่ 1 จะแบ่งการเจริญเติบโตเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a และ 1b การเจริญเติบโตจะมีลักษณะเจริญเติบโตแบบรวดเร็วและไม่มีขอบเขต ทำให้แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบมัลติเอกซ์โปเนนเชียล เนื่องจากการเจริญเติบโตที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและต่อเนื่อง ส่วนในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตจะเริ่มลดลงและหยุดการเจริญเติบโต ทำให้การเจริญเติบโตในระยะนี้มีขอบเขตของการเจริญเติบโต ดังนั้นแบบจำลองที่ได้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก และในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตของใบที่ 1 จะลดลงเมื่อใบที่ 2 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นการเจริญเติบโตของใบที่ 1 ในช่วงที่ 2 จะลดลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ซึ่งแสดงดังสมการ $G_1(t)$ เช่นเดียวกับใบที่ 2 ที่การเจริญเติบโตในระยะที่ 2 จะลดลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มมีการเจริญเติบโต การเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในระยะที่ 2 จะลดลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ซึ่งแสดงดังสมการ $G_2(t)$ ส่วนในใบที่ 3 การเจริญเติบโตจะไปสูงสุดที่ความสูงของหลอดทดลอง

4.2 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

จากข้อมูลที่ได้จากการปลูกปทุมมาในถุงพลาสติกดำใส่ดิน ดังภาพ 4.8 และ 4.9 เป็นเวลา 122 วัน พบว่า การเจริญเติบโตของปทุมมาในระยะนี้มีจำนวน 5 ใบ (แสดงในภาคผนวก ข)

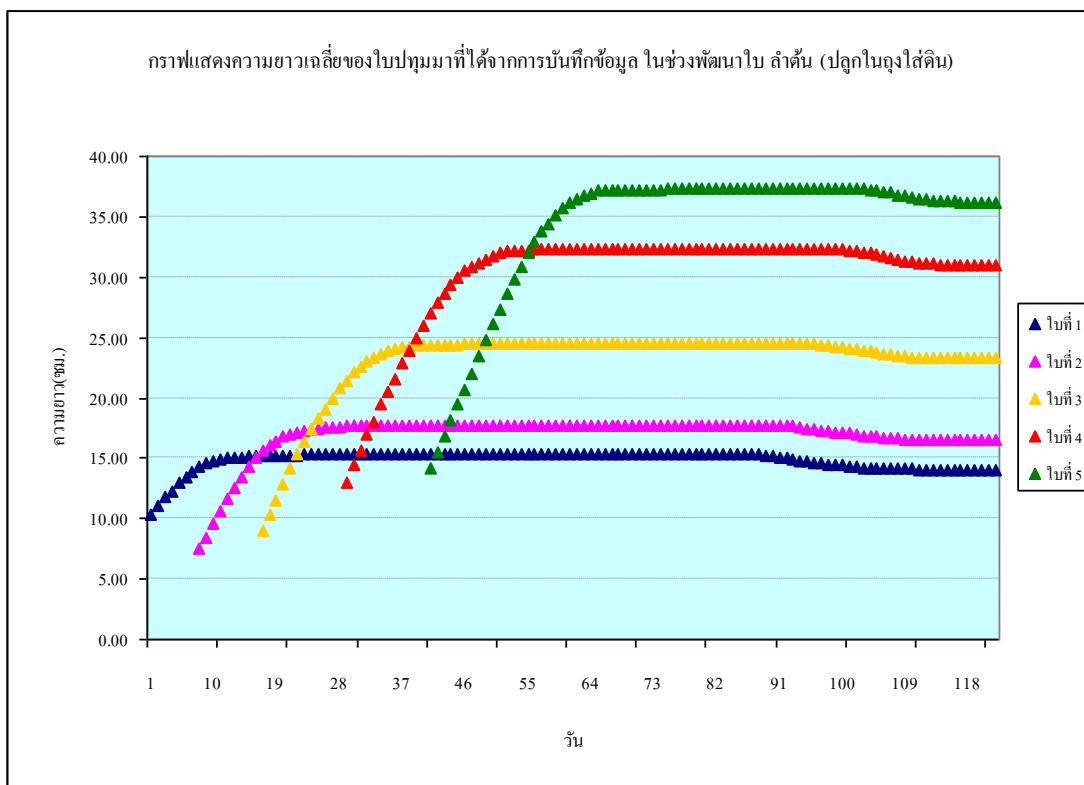


ภาพที่ 4.8 ปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)



ภาพที่ 4.9 การเจริญเติบโตของปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)

การเจริญเติบโตของใบที่ 1 จะมีความยาวน้อยที่สุด รองลงมาคือใบที่ 2 โดยที่ใบที่ 3 จะยาวกว่าใบที่ 2 ใบที่ 4 จะยาวกว่าใบที่ 3 และใบที่ 5 จะเป็นใบที่ยาวที่สุด จากการเก็บข้อมูลจะสังเกตพบว่าใบที่ 1 จะเริ่มหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 2 เริ่มเจริญเติบโต เช่นเดียวกันใบที่ 2 จะหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต และใบที่ 4 จะเริ่มหยุดเมื่อมีใบที่ 5 เกิดขึ้น แต่ใบที่ 5 จะหยุดการเจริญเติบโตเมื่อถึงจุดๆ หนึ่ง ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.10



ภาพที่ 4.10 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบปทุมมาทุกลำดับใบ ที่ได้จากการบันทึกข้อมูล

จากข้อมูลที่ได้ทำให้นำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมาแต่ละใบได้ดังนี้

4.2.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 1 ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น
(ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{2Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) \left(t_{mL_{21}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{3Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{24} - \ln L_{23}}{t_{24} - t_{23}} \right) \left(t_{mL_{22}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_3 \exp(r_3((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}(t-t_{6Max})-t_{m3}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases} \quad (4.2.1)$$

$G_1(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 1 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

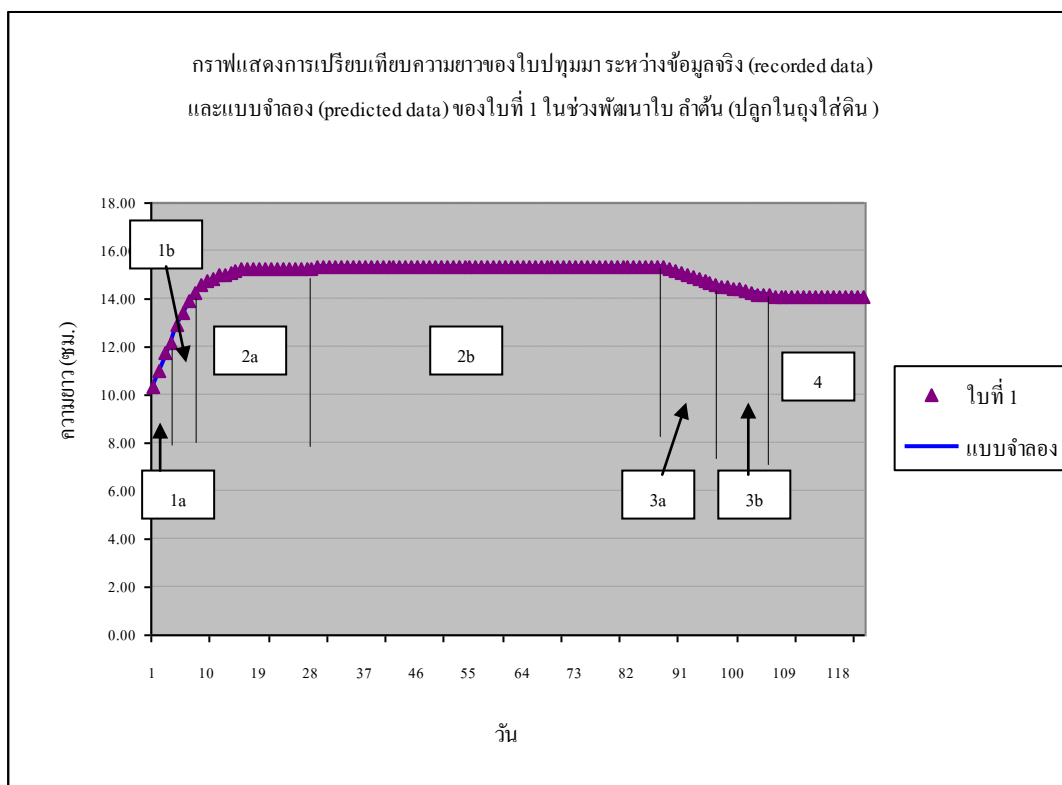
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อยที่ 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อยที่ 2b

t_{5Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
t_{6Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
t_{7Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
$K_1 - K_3$	คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$\Delta t_1 - \Delta t_3$	คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$t_{m1} - t_{m3}$	คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
L_{21}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
L_{22}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
t_{21}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
t_{22}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
$t_{mL_{21}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
L_{23}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
L_{24}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
t_{23}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
t_{24}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
$t_{mL_{22}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
$\beta_1 - \beta_4$	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$r_1 - r_4$	คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.11 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 1 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 122 วัน ดังภาพที่ 4.10 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 1 ดังสมการ (4.2.1) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.11 ซึ่งจากภาพที่ 4.11 และจากสมการ (4.2.1) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ในช่วงที่ 1a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 4 โดย t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 4 โดย β_1 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 10.3294 เซนติเมตร และ r_1 คืออัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ส่วนในช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 5 ถึงวันที่ 8 โดย t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 8 มี β_2 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 12.9176 เซนติเมตร และ r_2 อัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อยนี้ ทั้งสองช่วงย่อยนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระบะที่ 2 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 2a, 2b ในช่วงย่อยที่ 2a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 9 ถึงวันที่ 28 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{3Max}) ในช่วงย่อยที่ 2a ซึ่งคือวันที่ 28 และ ช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 29 ถึงวันที่ 88 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 88 ทั้งช่วงย่อย 2a และ 2b จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดยมีขอบเขตของการเจริญเติบโตคือ K_1 , K_2 มีค่าเท่ากับ 15.2882 เซนติเมตร, 15.3000 เซนติเมตร ตามลำดับ และมี t_{m1} , t_{m2} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด โดยในสมการ (4.2.1) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลงเมื่อใบที่ 2 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{21} และ L_{23} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 มีค่าเท่ากับ 7.5118 เซนติเมตร, 17.6882 เซนติเมตร โดย L_{22} และ L_{24} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 มีค่าเท่ากับ 17.6294 เซนติเมตร, 17.7647 เซนติเมตร ส่วน t_{21} , t_{23} และ t_{22} , t_{24} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 ในส่วนของ $t_{mL_{21}}$, $t_{mL_{22}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1

ส่วนในระบะที่ 3 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 3a, 3b ในช่วงย่อย 3a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 89 ถึงวันที่ 97 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 97 ช่วงย่อย 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 98 ถึงวันที่ 106 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{6Max}) ในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 106 โดย β_3 , β_4 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 15.2588 เซนติเมตร, 14.5294 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_3 , r_4 เป็นอัตราการเจริญเติบโตในระบะนี้ ช่วงย่อย 3a และ 3b เป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระบะสุดท้ายคือระบะที่ 4 จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 107 ถึงวันที่ 122 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{7Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 122 โดยมี K_3 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 14.0882 เซนติเมตร โดย t_{m3} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.2.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 2 ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น
(ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_2(t) = \begin{cases} \left[\beta_5 \exp(r_5(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_6 \exp(r_6((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_4}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_4}((t-t_{2Max})-t_{m4})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) (t_{mL_{31}}) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_5}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_5}((t-t_{3Max})-t_{m5})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{34} - \ln L_{33}}{t_{34} - t_{33}} \right) (t_{mL_{32}}) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_7 \exp(r_7((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_8 \exp(r_8((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_6}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_6}(t-t_{6Max})-t_{m6}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases} \quad (4.2.2)$$

$G_2(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 2 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

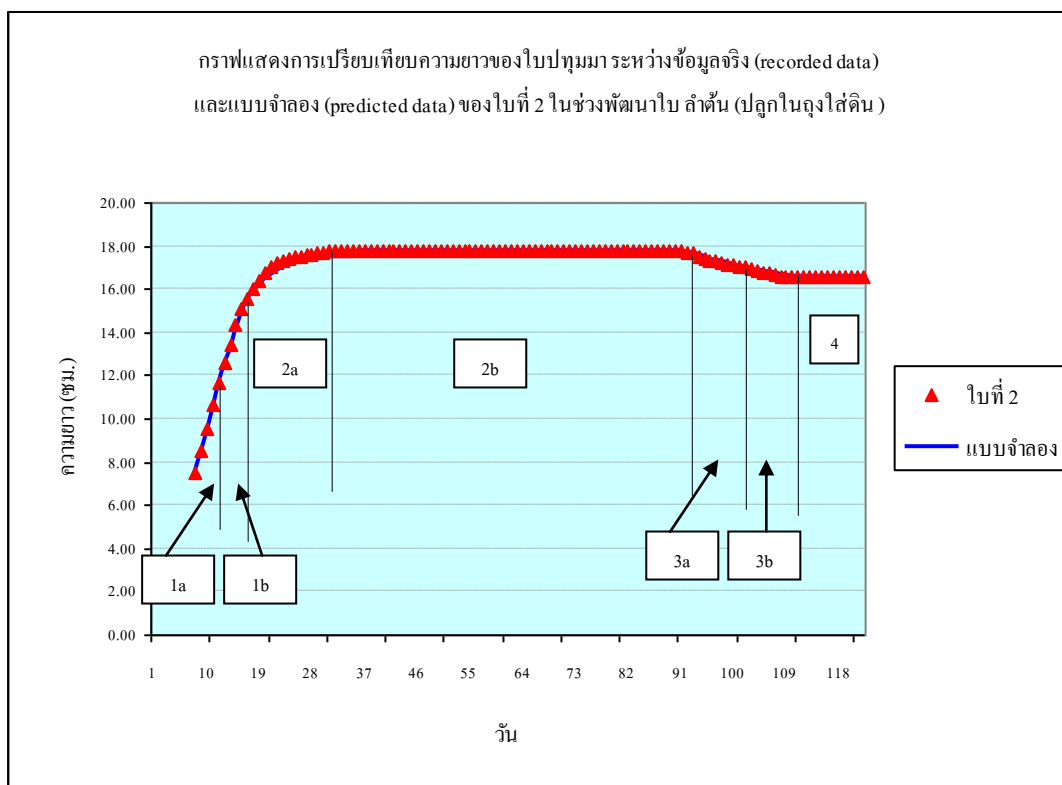
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b

t_{5Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
t_{6Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
t_{7Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
$K_4 - K_6$	คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$\Delta t_4 - \Delta t_6$	คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$t_{m4} - t_{m6}$	คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
L_{31}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
L_{32}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
t_{31}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
t_{32}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
$t_{mL_{31}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
L_{33}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
L_{34}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
t_{33}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
t_{34}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
$t_{mL_{32}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
$\beta_5 - \beta_8$	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$r_5 - r_8$	คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.12 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 2 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 115 วัน ดังภาพที่ 4.10 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 2 ดังสมการ (4.2.2) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.12 ซึ่งจากภาพที่ 4.12 และจากสมการ (4.2.2) ซึ่งสามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ในช่วงย่อย 1a จะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 8 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 122 วัน มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 5 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 5 โดย β_5 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 7.5118 เซนติเมตร และ r_5 คืออัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ในช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 6 ถึง 10 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 5 โดย β_6 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 12.5765 เซนติเมตร และ r_6 เป็นอัตราการ

เจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ทั้งช่วงย่อย 1a และ 1b จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระบะที่ 2 แบ่งเป็นช่วงย่อย 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 11 ถึง 28 และ วันที่ 29 ถึง 84 ตามลำดับ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 28 และ t_{4Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 84 โดยมี K_4 , K_5 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 17.7471 เซนติเมตร, 17.7647 เซนติเมตร ตามลำดับ และ t_{m4} , t_{m5} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ทั้งสองช่วงย่อยนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก และในสมการ (4.2.2) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{31} และ L_{33} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 8.9941 เซนติเมตร, 24.0706 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย L_{32} และ L_{34} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 23.9 เซนติเมตร, 24.4647 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{31} , t_{33} และ t_{32} , t_{34} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 ในส่วนของ $t_{mL_{31}}$, $t_{mL_{32}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2

ส่วนในระบะที่ 3 แบ่งเป็น 3a, 3b โดยช่วงย่อย 3a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 85 ถึงวันที่ 94 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 94 ช่วงย่อย 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 95 ถึงวันที่ 104 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{6Max}) ในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 104 ในช่วงนี้การเจริญเติบโตเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดย β_7 , β_8 เป็นความยาวเริ่มต้นค่าเท่ากับ 17.7235 เซนติเมตร, 16.9941 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_7 , r_8 เป็นอัตราการเจริญเติบโตในระบะนี้

ระยะสุดท้ายคือระบะที่ 4 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 105 ถึงวันที่ 115 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{7Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 115 โดยมี K_6 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตค่าเท่ากับ 16.5294 เซนติเมตร โดย t_{m6} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก

4.2.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 3 ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น
(ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_3(t) = \begin{cases} \left[\beta_9 \exp(r_9(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{10} \exp(r_{10}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_7}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_7}((t-t_{2Max})-t_{m7})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{42} - \ln L_{41}}{t_{42} - t_{41}} \right) (t_{mL_{41}}) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_8}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_8}((t-t_{3Max})-t_{m8})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{44} - \ln L_{43}}{t_{44} - t_{43}} \right) (t_{mL_{42}}) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{11} \exp(r_{11}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{12} \exp(r_{12}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_9}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_9}(t-t_{6Max})-t_{m9}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases} \quad (4.2.3)$$

$G_3(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 3 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

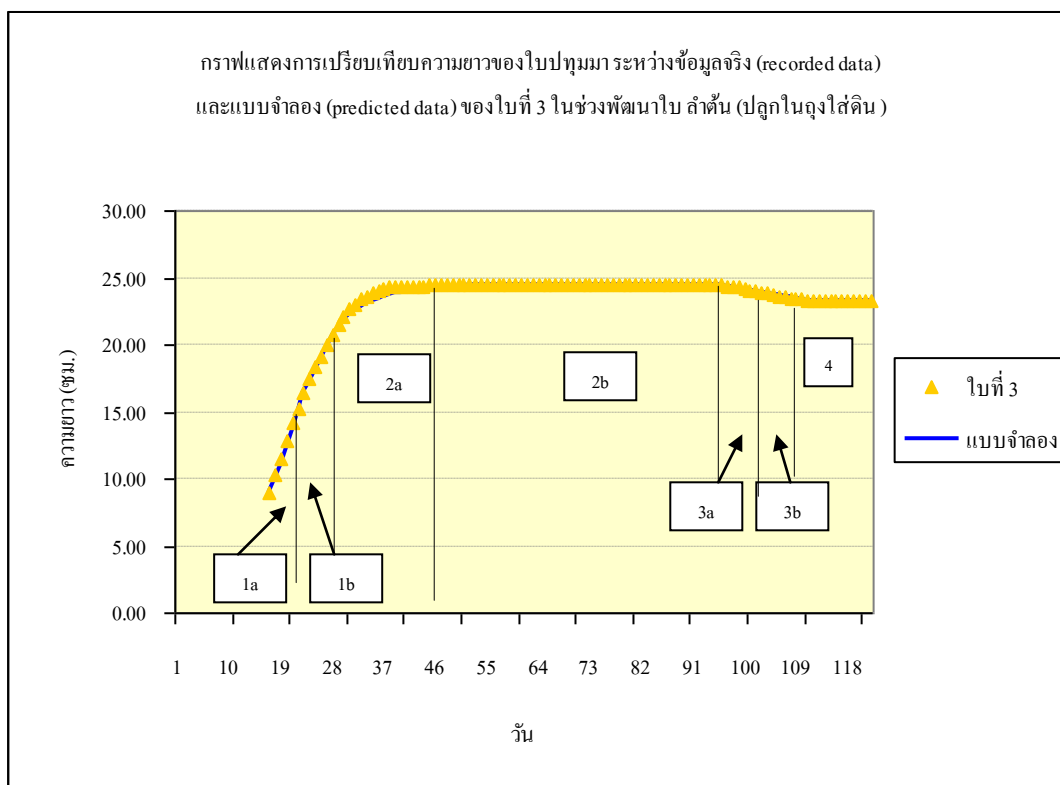
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b

t_{5Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
t_{6Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
t_{7Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
$K_7 - K_9$	คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$\Delta t_7 - \Delta t_9$	คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$t_{m7} - t_{m9}$	คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
L_{41}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
L_{42}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
t_{41}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
t_{42}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
$t_{mL_{41}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
L_{43}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
L_{44}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
t_{43}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
t_{44}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
$t_{mL_{42}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
$\beta_9 - \beta_{12}$	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$r_9 - r_{12}$	คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.13 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 3 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 106 วัน ดังภาพที่ 4.10 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 3 ดังสมการ (4.2.3) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.13 ซึ่งจากภาพที่ 4.13 และจากสมการ (4.2.3) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b ในช่วงย่อย 1a จะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 17 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 122 วัน มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 6 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 6 และช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 7 ถึง 12 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 12 โดย β_9 , β_{10} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 8.9941 เซนติเมตร, 16.4000 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_9 , r_{10} เป็นอัตราการเจริญเติบโตในระยะนี้ ช่วงย่อย 1a และ 1b เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะที่ 2 จะแบ่งเป็น 2 ช่วงย่อย โดยช่วงย่อย 2a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 13 ถึง 35 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 35 มี K_7 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 24.4588 เซนติเมตร โดย t_{m7} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด และช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 36 ถึง 79 และ t_{4Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 79 มี K_8 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 24.4647 เซนติเมตร โดย t_{m8} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ช่วงย่อย 2a และ 2b จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ในสมการ (4.2.3) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลงเมื่อใบที่ 4 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{41} และ L_{43} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 12.9824 เซนติเมตร, 32.1353 เซนติเมตร ตามลำดับ L_{42} และ L_{44} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 31.9588 เซนติเมตร, 32.2706 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{41} , t_{43} และ t_{42} , t_{44} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 ในส่วนของ $t_{mL_{41}}$, $t_{mL_{42}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2

ส่วนในระยะที่ 3 จะแบ่งเป็นช่วงย่อย 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 80 ถึง 87 และ วันที่ 88 ถึง 95 ตามลำดับ t_{5Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 87 และ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 95 ช่วงนี้เป็น การเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยมี β_{11} , β_{12} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 24.4412 เซนติเมตร, 23.8412 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{11} , r_{12} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 96 ถึงวันที่ 106 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{7Max}) ในระยะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 106 จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ให้ K_9 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 23.2588 เซนติเมตร โดย t_{m9} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.2.4 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 4 ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น
(ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_4(t) = \begin{cases} \left[\beta_{13} \exp(r_{13}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{14} \exp(r_{14}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_{10}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{10}}((t-t_{2Max})-t_{m10})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{52} - \ln L_{51}}{t_{52} - t_{51}} \right) \left(t_{mL_{51}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{11}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{11}}((t-t_{3Max})-t_{m11})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{54} - \ln L_{53}}{t_{54} - t_{53}} \right) \left(t_{mL_{52}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{15} \exp(r_{15}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{16} \exp(r_{16}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_{12}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{12}}(t-t_{6Max})-t_{m12}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases} \quad (4.2.4)$$

$G_4(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 4 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

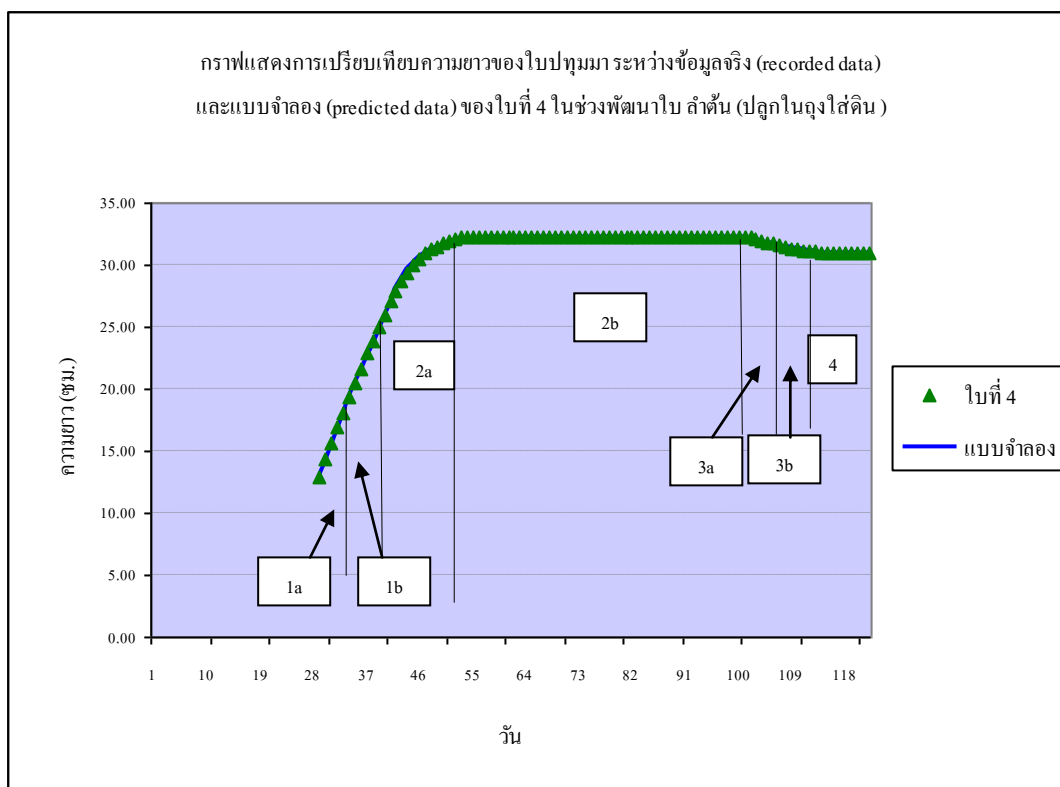
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b

- t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
 t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
 t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
 $K_{10} - K_{12}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\Delta t_{10} - \Delta t_{12}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{m10} - t_{m12}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 L_{51} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 L_{52} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 t_{51} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 t_{52} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 $t_{mL_{51}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 5 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ
 ใบที่ 4
 L_{53} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 L_{54} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{53} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{54} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 $t_{mL_{52}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 5 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
 ใบที่ 4
 $\beta_{13} - \beta_{16}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_{13} - r_{16}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.14 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 4 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงไส้ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 4 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 94 วัน ซึ่งจะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 29 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 122 วัน ดังภาพที่ 4.10 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 4 ดังสมการ (4.2.4) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.14 ซึ่งจากภาพที่ 4.14 และจากสมการ (4.2.4) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อย คือ 1a, 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 6 และ วันที่ 7 ถึง 12 ตามลำดับ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 6 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 12 ระยะนี้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยมี β_{13} , β_{14} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 12.9824 เซนติเมตร, 20.4765 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{13} , r_{14} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ในระบะที่ 2 จะแบ่งเป็นช่วงย่อย 2a และ 2b ซึ่งมี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 13 ถึง 28 และ วันที่ 29 ถึง 72 ตามลำดับ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 28 และ t_{4Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 72 ซึ่งทั้งสองช่วงย่อยนี้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี K_{10} , K_{11} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโต มีค่าเท่ากับ 32.2588 เซนติเมตร, 32.2706 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย t_{m10} , t_{m11} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ในสมการ (4.2.4) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลงเมื่อใบที่ 5 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{51} และ L_{53} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 4 มีค่าเท่ากับ 14.2059 เซนติเมตร, 33.8647 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย L_{52} และ L_{54} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 5 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 4 มีค่าเท่ากับ 32.9235 เซนติเมตร, 37.2706 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{51} , t_{53} และ t_{52} , t_{54} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 4 ในส่วนของ $t_{mL_{51}}$, $t_{mL_{52}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 5 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 4

ส่วนในระบะที่ 3 จะแบ่งเป็นช่วงย่อย 3a และ 3b ซึ่งมี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 73 ถึง 78 และ วันที่ 79 ถึง 84 ตามลำดับ t_{5Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 78 และ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 84 มี β_{13} , β_{14} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 32.2471 เซนติเมตร, 31.5828 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{13} , r_{14} เป็นอัตราการเจริญเติบโต ช่วงย่อย 3a และ 3b เป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะสุดท้ายคือระบะที่ 4 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 85 ถึงวันที่ 94 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{7Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 94 ระบะที่ 4 นี้จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกโดยมี K_{12} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 30.9941 เซนติเมตร โดย t_{m12} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.2.5 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 5 ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น
(ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_5(t) = \begin{cases} \left[\beta_{17} \exp(r_{13}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{18} \exp(r_{18}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_{13}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{13}}((t-t_{2Max})-t_{m13})\right)} \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{14}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{14}}((t-t_{3Max})-t_{m14})\right)} \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{19} \exp(r_{19}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{20} \exp(r_{20}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_{15}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{15}}(t-t_{6Max})-t_{m15}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases} \quad (4.2.5)$$

$G_5(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว)ของใบปทุมมาใบที่ 5 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b

t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a

t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b

t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4

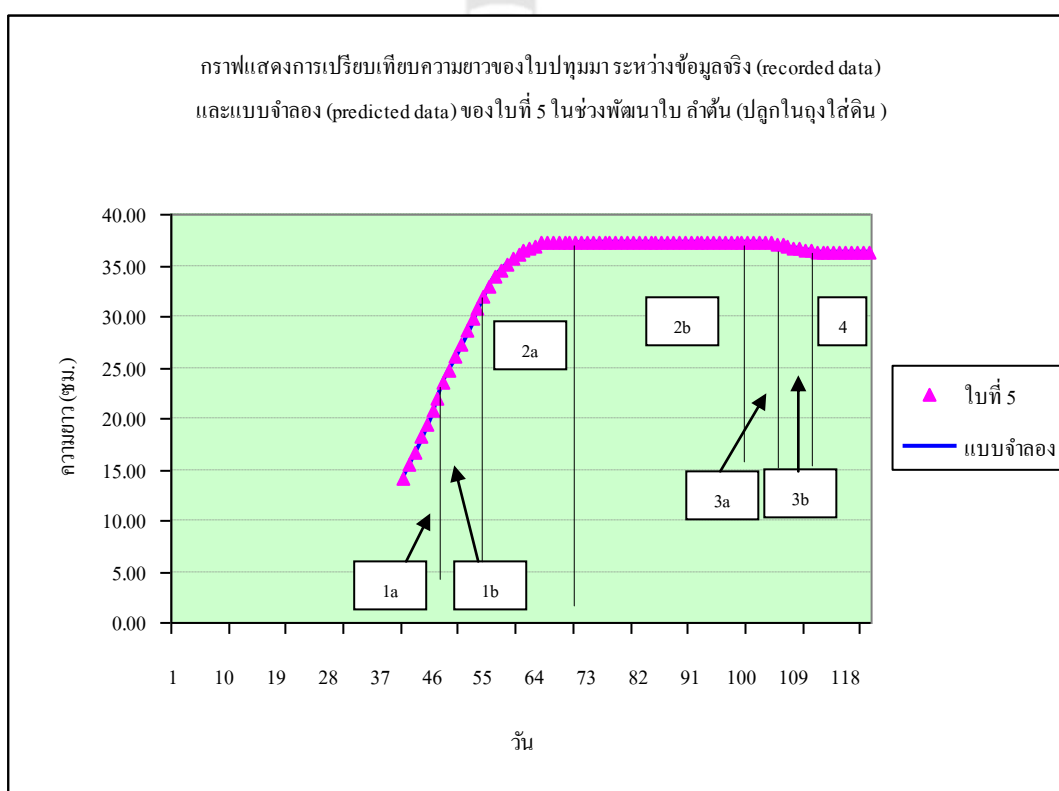
$K_{13} - K_{15}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$\Delta t_{13} - \Delta t_{15}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$t_{m13} - t_{m15}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ

$\beta_{17} - \beta_{20}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$r_{17} - r_{20}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.15 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 5 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงไส้ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 5 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 82 วัน ดังภาพที่ 4.10 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 5 ดังสมการ (4.2.5) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.15 ซึ่งจากภาพที่ 4.15

และจากสมการ (4.2.5) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b โดยจะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 41 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 122 วัน ในช่วงย่อย 1a และ 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 8 และ วันที่ 9 ถึง 16 ตามลำดับ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 8 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 16 โดย β_{17} , β_{18} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 14.2059 เซนติเมตร, 24.7294 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{17} , r_{18} เป็นอัตราการเจริญเติบโต ระยะแรกนี้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระยะที่ 2 จะแบ่งเป็นช่วงย่อย 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 17 ถึง 34 และ วันที่ 35 ถึง 63 ตามลำดับ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 34 และ t_{4Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 3 ซึ่งคือวันที่ 63 จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ซึ่ง K_{13} , K_{14} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 37.2647 เซนติเมตร, 37.2706 เซนติเมตร โดย t_{m13} , t_{m14} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

ส่วนในระยะที่ 3 จะแบ่งเป็น 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 64 ถึง 68 และ วันที่ 69 ถึง 73 ตามลำดับ t_{5Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 68 และ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 73 ช่วงย่อย 3a และ 3b นี้เป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล มี β_{19} , β_{20} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 37.2647 เซนติเมตร, 36.6941 เซนติเมตร และ r_{19} , r_{20} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก K_{15} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 36.1941 เซนติเมตร มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 74 ถึงวันที่ 82 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{7Max}) ในระยะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 82 และ t_{m15} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.2.6 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงด้านความยาวของใบปทุมมา ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากแบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาในแต่ละลำดับใบ สามารถนำมาเขียนสรุปรวมเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงของใบปทุมมา ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) ได้ดังนี้

$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{2Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) \left(t_{mL_{21}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{3Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{24} - \ln L_{23}}{t_{24} - t_{23}} \right) \left(t_{mL_{22}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_3 \exp(r_3((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}(t-t_{6Max})-t_{m3}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases}$$

$$G_2(t) = \begin{cases} \left[\beta_5 \exp(r_5(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_6 \exp(r_6((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_4}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_4}((t-t_{2Max})-t_{m4})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) \left(t_{mL_{31}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_5}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_5}((t-t_{3Max})-t_{m5})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{34} - \ln L_{33}}{t_{34} - t_{33}} \right) \left(t_{mL_{32}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_7 \exp(r_7((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_8 \exp(r_8((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_6}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_6}(t-t_{6Max})-t_{m6}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases}$$

$$G_3(t) = \begin{cases} \left[\beta_9 \exp(r_9(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{10} \exp(r_{10}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_7}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_7}((t-t_{2Max})-t_{m7})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{42} - \ln L_{41}}{t_{42} - t_{41}} \right) \left(t_{mL_{41}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_8}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_8}((t-t_{3Max})-t_{m8})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{44} - \ln L_{43}}{t_{44} - t_{43}} \right) \left(t_{mL_{42}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{11} \exp(r_{11}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{12} \exp(r_{12}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_9}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_9}(t-t_{6Max})-t_{m9}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases}$$

$$G_4(t) = \begin{cases} \left[\beta_{13} \exp(r_{13}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{14} \exp(r_{14}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_{10}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{10}}((t-t_{2Max})-t_{m10})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{52} - \ln L_{51}}{t_{52} - t_{51}} \right) \left(t_{mL_{51}} \right) \right] \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{11}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{11}}((t-t_{3Max})-t_{m11})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{54} - \ln L_{53}}{t_{54} - t_{53}} \right) \left(t_{mL_{52}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{15} \exp(r_{15}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{16} \exp(r_{16}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_{12}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{12}}(t-t_{6Max})-t_{m12}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases}$$

$$G_5(t) = \begin{cases} \left[\beta_{17} \exp(r_{13}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{18} \exp(r_{18}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\frac{K_{13}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{13}}((t-t_{2Max})-t_{m13})\right)} \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{14}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{14}}((t-t_{3Max})-t_{m14})\right)} \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\beta_{19} \exp(r_{19}((t-t_{4Max})-1)) \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{20} \exp(r_{20}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\frac{K_{15}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{15}}(t-t_{6Max})-t_{m15}\right)} \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \end{cases}$$

$G_1(t)$, $G_2(t)$, $G_3(t)$, $G_4(t)$, $G_5(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมา
ใบที่ 1, 2, 3, 4, 5 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b

t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a

t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b

t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4

$K_1 - K_{15}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$\Delta t_1 - \Delta t_{16}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

$t_{m1} - t_{m15}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ

L_{21} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1

L_{22} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1

t_{21} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1

t_{22} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1

$t_{mL_{21}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a

ของใบที่ 1

L_{23} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1

L_{24} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1

t_{23} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1

t_{24} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1

$t_{mL_{22}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ

ใบที่ 1

L_{31} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

L_{32} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

t_{31} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

t_{32} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

$t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a

ของใบที่ 2

L_{33} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

L_{34} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

t_{33} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

t_{34} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

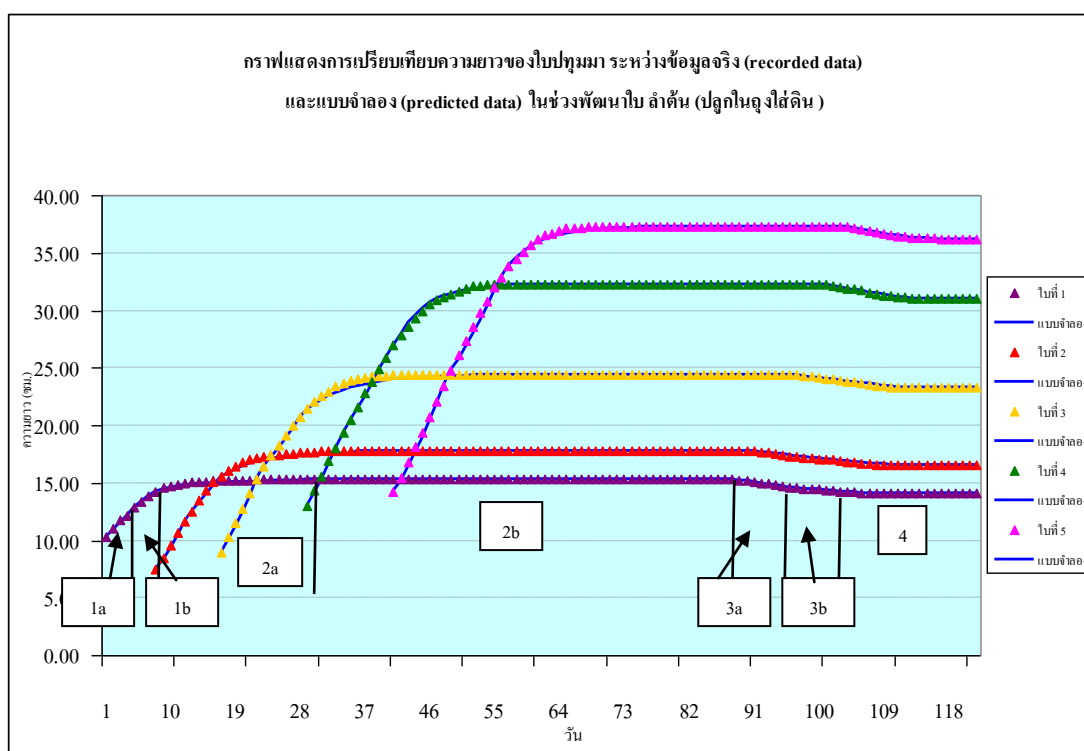
$t_{mL_{32}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b

ของใบที่ 2

L_{41} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3

L_{42}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
t_{41}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
t_{42}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
$t_{mL_{41}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ ใบที่ 3
L_{43}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
L_{44}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
t_{43}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
t_{44}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
$t_{mL_{42}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
L_{51}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
L_{52}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
t_{51}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
t_{52}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
$t_{mL_{51}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 5 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ ใบที่ 4
L_{53}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
L_{54}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
t_{53}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
t_{54}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
$t_{mL_{52}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 5 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ ใบที่ 4
$\beta_1 - \beta_{20}$	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$r_1 - r_{20}$	คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

เมื่อนำค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล (แสดงในภาคผนวก ข) จะสามารถนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังภาพที่ 4.16



ภาพที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน)

จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า การเจริญเติบโตของใบแต่ละใบ จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ โดยระยะที่ 1 จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ช่วงย่อย คือ 1a และ 1b การเจริญเติบโตในช่วงนี้จะมีลักษณะการเจริญเติบโตที่รวดเร็วและไม่มีขอบเขตทำให้แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล แบบ 2 ช่วง ในระยะที่ 2 ช่วงย่อย 2a การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลง ทำให้มีขอบเขตของการเจริญเติบโตแบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก และในช่วงย่อย 2b การเจริญเติบโตคงที่ทำให้การเจริญเติบโตในช่วงนี้ถือว่ามีความขอบเขตของการเจริญเติบโตแบบจำลองที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ทำให้ในระยะที่ 2 แบบจำลองการ

เจริญเติบโตที่ได้เป็นแบบลอจิสติกแบบ 2 ช่วง ในระยะที่ 3 แบ่งการเจริญเติบโตเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 3a และ 3b การเจริญเติบโตในระยะใบเริ่มหดและความยาวของใบเริ่มลดลงอย่างรวดเร็วและไม่มีขอบเขต เนื่องจากการหยุดให้น้ำ ดังนั้น แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลแบบ 2 ช่วง ส่วนระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 ใบที่หดเริ่มคงที่ ทำให้มีขอบเขตของการลดลง ทำให้แบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติกจากสมการในระยะที่ 2 ของการเจริญเติบโตของใบที่ 1 จะเห็นว่าใบที่ 2 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นการเจริญเติบโตของใบที่ 1 ในช่วงย่อย 2a จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 2 เช่นเดียวกับในช่วงย่อย 2b การเจริญเติบโตจะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 2 เช่นกัน ซึ่งแสดงดังสมการ $G_1(t)$ เช่นเดียวกับใบที่ 2 ที่การเจริญเติบโตในระยะที่ 2 จะช้าลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 3 และในช่วงย่อย 2b การเจริญเติบโตจะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 3 เช่นกัน ซึ่งแสดงดังสมการ $G_2(t)$ ส่วนในใบที่ 3 การเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a จะช้าลงเมื่อใบที่ 4 เริ่มมีการเจริญเติบโต ในช่วงย่อย 2b การเจริญเติบโตก็จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ดังสมการ $G_3(t)$ และใบที่ 4 เจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a จะช้าลงเมื่อใบที่ 5 เริ่มมีการเจริญเติบโต ในช่วงย่อย 2b การเจริญเติบโตก็จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 5 ซึ่งแสดงดังสมการ $G_4(t)$ ส่วนในระยะที่ 3 และ 4 ความยาวของใบจะลดลง เนื่องจากการหยุดให้น้ำ ส่วนในใบที่ 5 การเจริญเติบโตจะไม่ขึ้นอยู่กับใบอื่นๆ เนื่องจากเป็นใบสุดท้าย การเจริญเติบโตจะช้าลงและคงที่เนื่องจากตัวของใบพืชมอง จึงแสดงดังสมการ $G_5(t)$

4.3 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

จากข้อมูลที่ได้จากการปลูกปทุมมาในถุงดำ เป็นเวลา 139 วัน (แสดงในภาคผนวก ก) ดังภาพที่ 4.17 และ 4.18 พบว่า การเจริญเติบโตของปทุมมาจำนวน 4 ใบ ดอกออกต้นละ 1 ดอก



ภาพที่ 4.17 ต้นปทุมมาในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

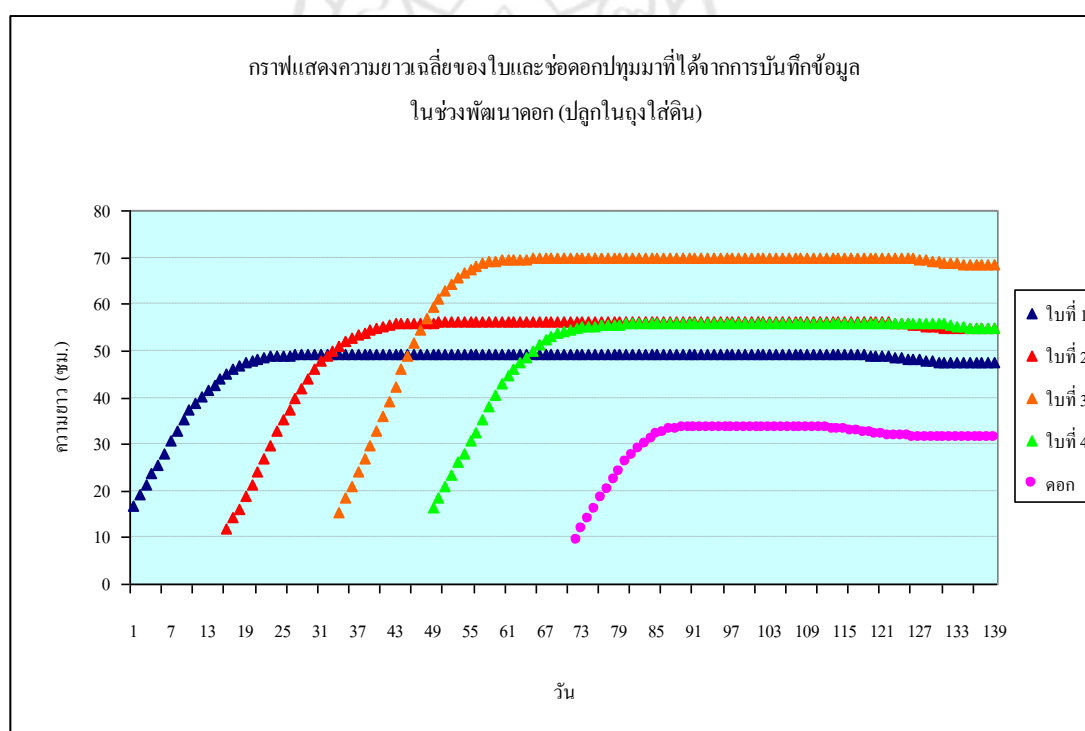


ภาพที่ 4.18 การเจริญเติบโตของปทุมมาในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)



ภาพที่ 4.19 การเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมา

การเจริญเติบโตของใบที่ 1 จะมีความยาวนานที่สุด รองลงมาคือใบที่ 2 โดยที่ใบที่ 3 จะยาวกว่าใบที่ 2 แต่ในใบที่ 4 จะมีความยาวนานกว่าใบที่ 3 จากการเก็บข้อมูลจะสังเกตพบว่าใบที่ 1 จะเริ่มหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 2 เริ่มเจริญเติบโต เช่นเดียวกันใบที่ 2 จะหยุดการเจริญเติบโตเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต และใบที่ 4 จะเริ่มหยุดการเจริญเติบโตเมื่อช่อดอกเริ่มเจริญเติบโตขึ้นมา ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.20



ภาพที่ 4.20 กราฟความยาวเฉลี่ยของใบทุกลำดับใบและช่อดอกปทุมมา ที่ได้จากการบันทึกข้อมูล

จากข้อมูลที่ได้ทำให้นำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของใบปทุมมา และช่อดอกปทุมมา ได้ดังนี้

4.3.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 1 ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

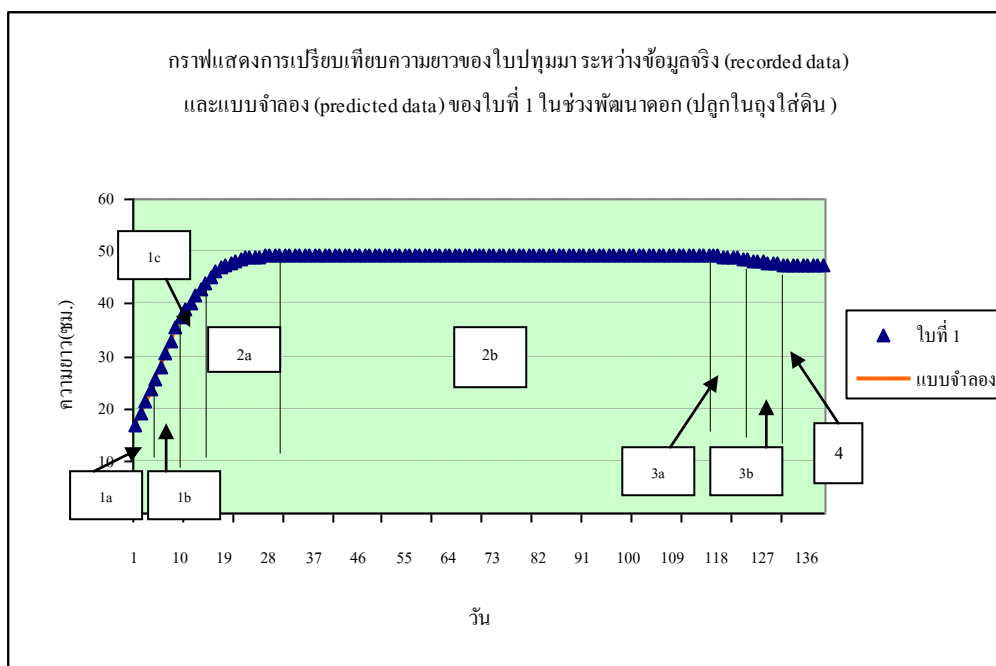
$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_3 \exp(r_3((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{3Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) (t_{mL_{21}}) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{4Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{24} - \ln L_{23}}{t_{24} - t_{23}} \right) (t_{mL_{22}}) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_5 \exp(r_5((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}(t-t_{7Max})-t_{m3}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases} \quad (4.3.1)$$

$G_1(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 1 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

- t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b
 t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c
 t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a
 t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
 t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
 t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
 t_{8Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
 $K_1 - K_3$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\Delta t_1 - \Delta t_3$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{m1} - t_{m3}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 L_{21} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
 L_{22} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
 t_{21} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
 t_{22} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
 $t_{mL_{21}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ
 ใบที่ 1
 L_{23} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
 L_{24} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
 t_{23} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
 t_{24} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
 $t_{mL_{22}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
 ใบที่ 1
 $\beta_1 - \beta_5$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_1 - r_5$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.21 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 1 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาตอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 1 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 139 วัน ดังภาพที่ 4.20 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 1 ดังสมการ (4.3.1) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.21 ซึ่งจากภาพที่ 4.21 และจากสมการ (4.3.1) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 3 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b, 1c ในช่วงย่อยที่ 1a มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 5 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 5 โดย β_1 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 16.8071 เซนติเมตร และ r_1 คืออัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ส่วนในช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 6 ถึงวันที่ 10 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 10 มี β_2 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 27.9357 เซนติเมตร และ r_2 เป็นอัตราการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b และช่วงย่อย 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 11 ถึง 15 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c ซึ่งคือวันที่ 15 มี β_3 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 38.8786 เซนติเมตร และ r_3 เป็นอัตราการ

เจริญเติบโตในช่วงย่อยนี้ ซึ่งช่วงย่อย 1a, 1b และ 1c จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระบะที่ 2 แบ่งเป็นช่วงย่อย 2a ซึ่งมี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 16 ถึงวันที่ 30 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 30 และช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 31 ถึงวันที่ 115 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 115 ทั้งช่วงย่อย 2a และ 2b จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดย K_1 , K_2 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 49.2071 เซนติเมตร, 49.2214 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย t_{m1} , t_{m2} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด โดยในสมการ (4.3.1) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อใบที่ 2 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{21} และ L_{23} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 มีค่าเท่ากับ 12.0357 เซนติเมตร, 47.7 เซนติเมตร ตามลำดับ L_{22} และ L_{24} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 มีค่าเท่ากับ 45.9857 เซนติเมตร, 56.1286 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{21} , t_{23} และ t_{22} , t_{24} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1 ในส่วนของ $t_{mL_{21}}$, $t_{mL_{22}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1

ส่วนในระบะที่ 3 จะแบ่งเป็น 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 116 ถึง 123 และ วันที่ 124 ถึง 131 ตามลำดับ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 123 และ t_{7Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 131 โดย β_4 , β_5 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 49.2071 เซนติเมตร, 48.4714 เซนติเมตร และ r_4 , r_5 เป็นอัตราการเจริญเติบโตระยะนี้จะเป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ระยะสุดท้ายคือระบะที่ 4 จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 132 ถึงวันที่ 139 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{8Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 139 โดยมี K_3 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 47.5429 เซนติเมตร โดย t_{m3} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.3.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 2 ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_2(t) = \begin{cases} \left[\beta_6 \exp(r_6(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_7 \exp(r_7((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_8 \exp(r_8((t-t_{2max})-1)) \right] & , t_{2max} < t \leq t_{3max} \\ \left[\frac{K_4}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_4}((t-t_{3Max})-t_{m4})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) \left(t_{mL_{31}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_5}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_5}((t-t_{4Max})-t_{m5})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{34} - \ln L_{33}}{t_{34} - t_{33}} \right) \left(t_{mL_{32}} \right) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_9 \exp(r_9((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{10} \exp(r_{10}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_6}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_6}(t-t_{7Max})-t_{m6}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases} \quad (4.3.2)$$

$G_2(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 2 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

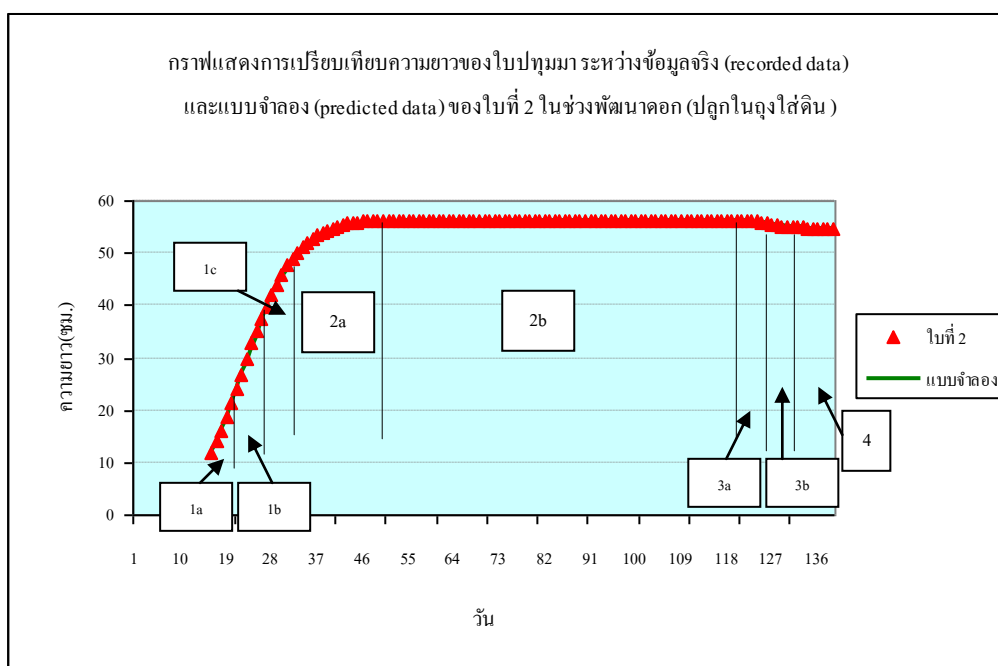
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

- t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
 t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
 t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
 t_{8Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
 $K_4 - K_6$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\Delta t_4 - \Delta t_6$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{m4} - t_{m6}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 L_{31} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
 L_{32} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
 t_{31} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
 t_{32} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
 $t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ
 ใบที่ 2
 L_{33} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
 L_{34} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
 t_{33} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
 t_{34} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2
 $t_{mL_{32}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
 ใบที่ 2
 $\beta_6 - \beta_{10}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_6 - r_{10}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.22 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 2 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาตอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 2 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 124 วัน ดังภาพที่ 4.20 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 2 ดังสมการ (4.3.2) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.22 ซึ่งจากภาพที่ 4.22 และจากสมการ (4.3.2) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 3 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b, 1c ซึ่งในช่วงย่อยที่ 1a จะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 16 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 139 วัน มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 6 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 6 ช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 7 ถึงวันที่ 12 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 12 และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 12 ถึง 18 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c ซึ่งคือวันที่ 17 โดย β_6 , β_7 , β_8 เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 12.0357 เซนติเมตร, 26.8357 เซนติเมตร, 42.000 เซนติเมตร และ r_6 , r_7 , r_8 คืออัตราการเจริญเติบโต ซึ่งระยะนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระบะที่ 2 แบ่งเป็น 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 19 ถึงวันที่ 38 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 38 และช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 39 ถึงวันที่ 106 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 106 และเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดย K_4 , K_5 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 56.1214 เซนติเมตร, 56.1286 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย t_{m4} , t_{m5} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด และในสมการ (4.3.2) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{31} และ L_{33} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 15.4643 เซนติเมตร, 66.6500 เซนติเมตร ตามลำดับ และ L_{32} และ L_{34} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 มีค่าเท่ากับ 65.6000 เซนติเมตร, 69.9143 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{31} , t_{33} และ t_{32} , t_{34} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 2 ในส่วนของ $t_{mL_{31}}$, $t_{mL_{32}}$ คือ เวลาที่ใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 1

ส่วนในระบะที่ 3 แบ่งเป็น ช่วงย่อย 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 107 ถึง 112 และ วันที่ 113 ถึง 118 ตามลำดับ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 112 และ t_{7Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 118 ช่วงนี้เป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล มี β_9 , β_{10} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 56.1000 เซนติเมตร, 55.35 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_9 , r_{10} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ระยะสุดท้ายคือระบะที่ 4 มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 119 ถึงวันที่ 124 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{8Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 124 ระบะที่ 4 นี้เป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดยขอบเขตของการเจริญเติบโตคือ K_6 มีค่าเท่ากับ 54.8357 เซนติเมตร และเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด คือ t_{m6}

4.3.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 3 ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_3(t) = \begin{cases} \left[\beta_{11} \exp(r_{11}(t-1)) \right], & 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{12} \exp(r_{12}((t-t_{1Max})-1)) \right], & t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_{13} \exp(r_{13}((t-t_{2Max})-1)) \right], & t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_7}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_7}((t-t_{3Max})-t_{m7})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{42} - \ln L_{41}}{t_{42} - t_{41}} \right) \left(t_{mL_{41}} \right) \right] \right], & t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_8}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_8}((t-t_{4Max})-t_{m8})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{44} - \ln L_{43}}{t_{44} - t_{43}} \right) \left(t_{mL_{42}} \right) \right] \right], & t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{14} \exp(r_{14}((t-t_{5Max})-1)) \right], & t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{15} \exp(r_{15}((t-t_{6Max})-1)) \right], & t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_9}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_9}(t-t_{7Max})-t_{m9}\right)} \right], & t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases} \quad (4.3.3)$$

$G_3(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 3 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

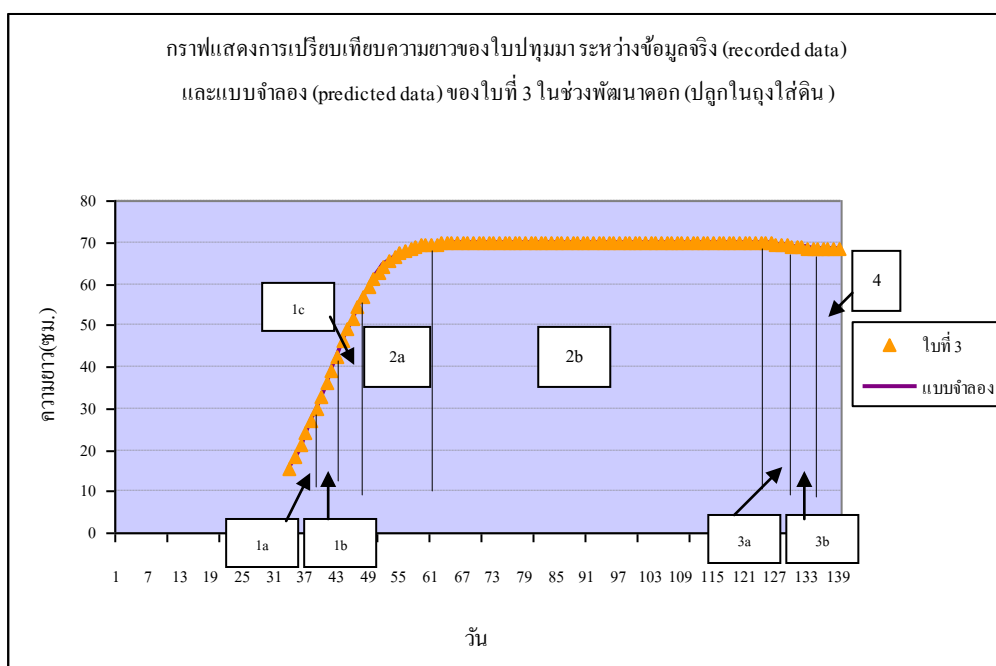
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

- t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
 t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
 t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
 t_{8Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
 $K_7 - K_9$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\Delta t_7 - \Delta t_9$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{m7} - t_{m9}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 L_{41} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
 L_{42} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
 t_{41} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
 t_{42} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3
 $t_{mL_{41}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ
 ใบที่ 3
 L_{43} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
 L_{44} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
 t_{43} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
 t_{44} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3
 $t_{mL_{42}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
 ใบที่ 3
 $\beta_{11} - \beta_{15}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_{11} - r_{15}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.23 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 3 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาตอก (ปลุกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 3 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 124 วัน ดังภาพที่ 4.20 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 3 ดังสมการ (4.3.3) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.23 ซึ่งจากภาพที่ 4.23 และจากสมการ (4.3.3) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 3 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b, 1c โดยจะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 34 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 139 วัน ในช่วงย่อยที่ 1a, 1b และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 5 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 5 ช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 6 ถึงวันที่ 10 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 10 และช่วงย่อย 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 11 ถึง 15 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c ซึ่งคือวันที่ 15 เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดย β_{11} , β_{12} , β_{13} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 15.4643 เซนติเมตร, 29.7357 เซนติเมตร, 46.0643 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{11} , r_{12} , r_{13} คืออัตราการเจริญเติบโต

ในระบะที่ 2 แบ่งเป็น 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 16 ถึงวันที่ 31 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 31 และช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 32 ถึงวันที่ 91 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 91 โดย K_7 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 69.6857 เซนติเมตร โดย t_{m7} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด K_8 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 69.9143 เซนติเมตร โดย t_{m8} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด ทั้งสองช่วงย่อยนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ในสมการ (4.3.3) ในช่วงย่อย 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อใบที่ 4 เริ่มเจริญเติบโต โดย L_{41} และ L_{43} คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 16.3786 เซนติเมตร, 50.1143 เซนติเมตร ตามลำดับ L_{42} และ L_{44} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 มีค่าเท่ากับ 48.5571 เซนติเมตร, 55.7643 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{41} , t_{43} และ t_{42} , t_{44} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3 ในส่วนของ $t_{mL_{41}}$, $t_{mL_{42}}$ คือเวลาที่ใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a และ 2b ของใบที่ 3

ในระบะที่ 3 แบ่งออกเป็น 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 92 ถึง 96 และ วันที่ 97 ถึง 101 ตามลำดับ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 96 และ t_{7Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 101 และระยะนี้เป็น การเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยมี β_{14} , β_{15} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 69.8857 เซนติเมตร, 69.0241 เซนติเมตร ตามลำดับ และ r_{14} , r_{15} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ระยะสุดท้ายคือระบะที่ 4 เป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือ วันที่ 102 ถึง วันที่ 106 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{8Max}) ในระบะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 106 มี K_9 เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 68.6143 เซนติเมตร โดย t_{m9} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.3.4 แบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมาใบที่ 4 ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_4(t) = \begin{cases} \left[\beta_{16} \exp(r_{16}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{17} \exp(r_{17}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_{18} \exp(r_{18}((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{10}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{10}}((t-t_{3Max})-t_{m10})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{f2} - \ln L_{f1}}{t_{f2} - t_{f1}} \right) \left(t_{mL_{f1}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_{11}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{11}}((t-t_{4Max})-t_{m11})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{f4} - \ln L_{f3}}{t_{f4} - t_{f3}} \right) \left(t_{mL_{f2}} \right) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{19} \exp(r_{19}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{20} \exp(r_{20}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_{12}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{12}}(t-t_{7Max})-t_{m12}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases} \quad (4.3.4)$$

$G_4(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมาใบที่ 4 ของปทุมมาที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ

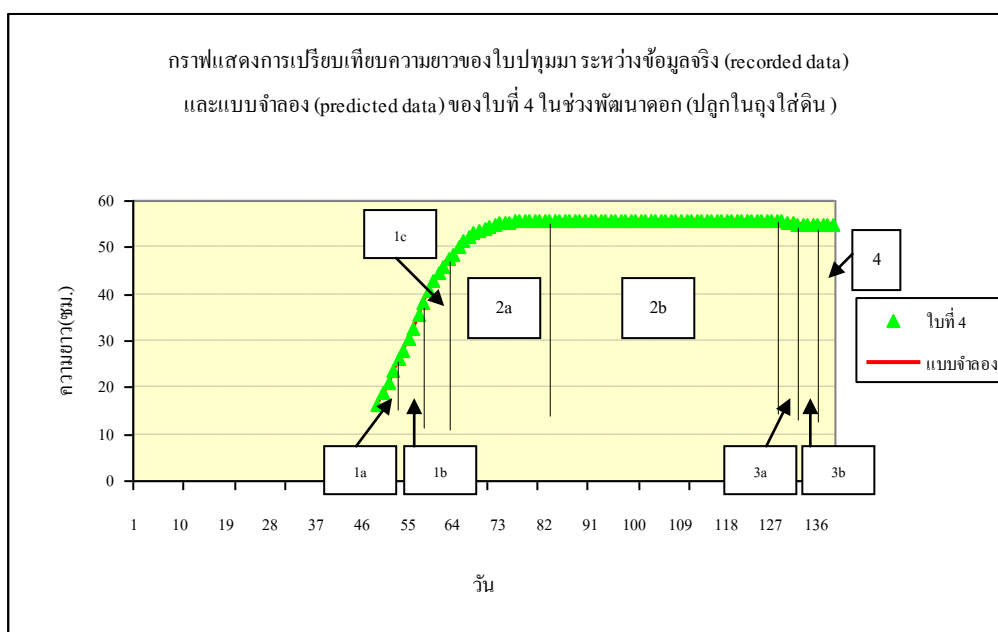
t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c

t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a

- t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
 t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
 t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
 t_{8Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
 $K_{10} - K_{12}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\Delta t_{10} - \Delta t_{12}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{m10} - t_{m12}$ คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 L_{f1} คือ ความยาวเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 L_{f2} คือ ความยาวสูงสุดของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 t_{f1} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 t_{f2} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4
 $t_{mL_{f1}}$ คือ เวลาที่ช่อดอกปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ
 ใบที่ 4
 L_{f3} คือ ความยาวเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 L_{f4} คือ ความยาวสูงสุดของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{f3} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{f4} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 $t_{mL_{f2}}$ คือ เวลาที่ช่อดอกปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
 ใบที่ 4
 $\beta_{16} - \beta_{20}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_{16} - r_{20}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.24 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ใบที่ 4 ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาตอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของใบที่ 4 ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของใบปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 91 วัน ดังภาพที่ 4.20 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของใบปทุมมาใบที่ 4 ดังสมการ (4.3.4) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.24 ซึ่งจากภาพที่ 4.24 และจากสมการ (4.3.4) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ช่วง คือ ช่วงที่ 1, 2, 3, 4 ในช่วงที่ 1 แบ่งเป็น 3 ช่วงคือ 1a, 1b, 1c โดยจะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 49 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 139 วัน ซึ่งในช่วงที่ 1a, 1b และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 5 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 5 ช่วง 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 6 ถึงวันที่ 10 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 10 และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 11 ถึง 15 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c ซึ่งคือวันที่ 15 โดย β_{16} , β_{17} , β_{18} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 16.3786 เซนติเมตร, 28.0714 เซนติเมตร, 40.6429 เซนติเมตร และ r_{16} , r_{17} , r_{18} คืออัตราการเจริญเติบโต และในช่วงแรกนี้จะ เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในช่วงที่ 2 แบ่งเป็น 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 16 ถึงวันที่ 36 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงที่ 2 ซึ่งคือวันที่ 36 และช่วงที่ 3 มี t เป็นวันในการ

เจริญเติบโต คือวันที่ 37 ถึงวันที่ 79 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงที่ 3 ซึ่งคือวันที่ 79 ทั้งสองช่วงนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี K_{10}, K_{11} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 55.75 เซนติเมตร, 55.7643 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย t_{m10}, t_{m11} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด โดยในสมการ (4.3.4) ในช่วงที่ 2a และ 2b การเจริญเติบโตจะลดลงเมื่อ ดอกเริ่มเจริญเติบโต โดย f_{21} และ f_{23} คือ ความยาวเริ่มต้นของดอก ในช่วงที่ 2a และ 2b ของใบที่ 4 มีค่าเท่ากับ 9.3071 เซนติเมตร, 32.0571 เซนติเมตร ตามลำดับ โดย f_{22} และ f_{24} คือ ความยาวสูงสุดของดอก ในช่วงที่ 2a และ 2b ของใบที่ 4 มีค่าเท่ากับ 31.1 เซนติเมตร, 31.5143 เซนติเมตร ตามลำดับ ส่วน t_{f1}, t_{f3} และ t_{f2}, t_{f4} เป็นเวลาการเจริญเติบโตเริ่มต้นและเวลาของการเจริญเติบโตของดอก ในช่วงที่ 2a และ 2b ของใบที่ 4 ในส่วนของ t_{mf21}, t_{mf22} คือ เวลาที่ดอก มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงที่ 2a และ 2b ของใบที่ 4

ส่วนในช่วงที่ 3 จะแบ่งเป็น 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 80 ถึง 83 และ วันที่ 84 ถึง 87 ตามลำดับ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วง 3a ซึ่งคือวันที่ 83 และ t_{7Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วง 3b ซึ่งคือวันที่ 87 ช่วง 3a และ 3b เป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล มี β_{19}, β_{20} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 55.6929 เซนติเมตร, 54.9857 เซนติเมตร และ r_{19}, r_{20} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ช่วงสุดท้ายคือช่วงที่ 4 จะเป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 88 ถึงวันที่ 91 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{8Max}) ในช่วงที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 91 มี K_{12} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 54.6929 เซนติเมตร โดย t_{m12} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

4.3.5 แบบจำลองการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมา ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

$$G_f(t) = \begin{cases} \left[\beta_{f1} \exp(r_{f1}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{f2} \exp(r_{f2}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_{f3} \exp(r_{f3}((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{f1}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f1}}((t-t_{3Max})-t_{mf1})\right)} \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_{f2}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f2}}((t-t_{4Max})-t_{mf2})\right)} \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{f4} \exp(r_{f4}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{f5} \exp(r_{f5}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_{f3}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f3}}(t-t_{7Max})-t_{mf3}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases}$$

(4.3.5)

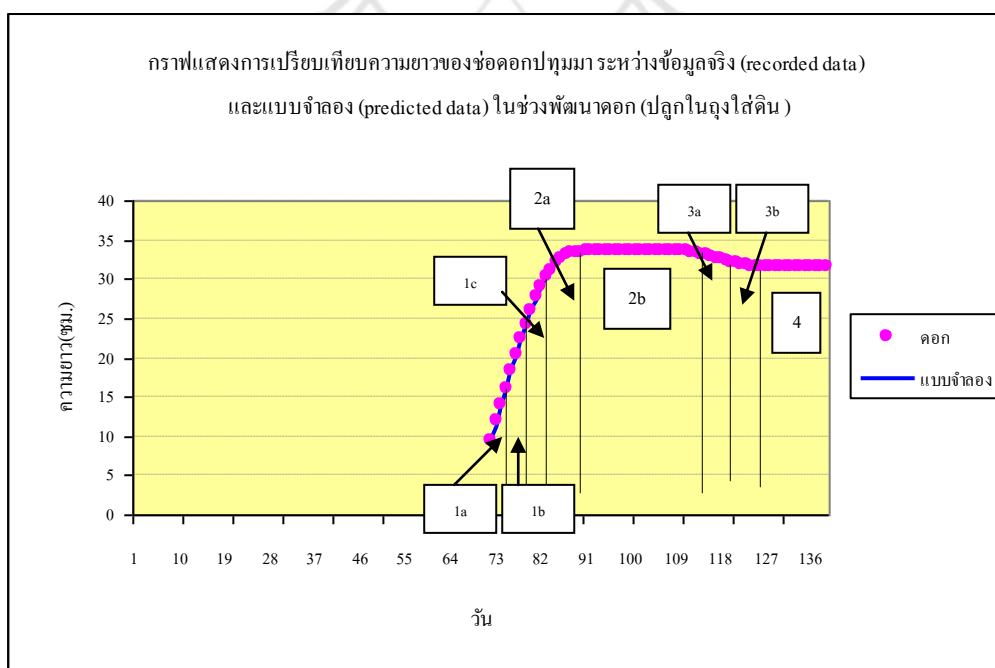
$G_f(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของช่อดอกปทุมมา ที่เวลา t

t คือ วันในการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ

t_{1Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a

t_{2Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b

- t_{3Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c
- t_{4Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a
- t_{5Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
- t_{6Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
- t_{7Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
- t_{8Max} คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
- $\beta_{f1} - \beta_{f5}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
- $K_{f1} - K_{f3}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
- $r_{f1} - r_{f5}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
- $t_{mf1} - t_{mf3}$ คือ เวลาที่ช่อดอกของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
- $\Delta t_{f1} - \Delta t_{f3}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ



ภาพที่ 4.25 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลุกในถุงใส่ดิน)

จากข้อมูลของดอกปทุมมา ที่ได้จากค่าเฉลี่ยความยาวของดอกปทุมมา ซึ่งมีการเจริญเติบโตทั้งหมด 68 วัน ดังภาพที่ 4.20 สามารถนำมาสร้างแบบจำลองการเจริญเติบโตของดอกปทุมมา ดังสมการ (4.3.5) และจากแบบจำลองสามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังภาพที่ 4.25 ซึ่งจากภาพที่ 4.25 และจากสมการ (4.3.5) สามารถแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1, 2, 3, 4 ในระยะที่ 1 แบ่งเป็น 3 ช่วงย่อยคือ 1a, 1b, 1c โดยจะเริ่มการเจริญเติบโตในวันที่ 72 ของการเจริญเติบโตทั้งหมด 139 วัน ซึ่งในช่วงย่อยที่ 1a, 1b และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 1 ถึง 4 และ t_{1Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a ซึ่งคือวันที่ 4 ช่วงย่อย 1b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 5 ถึงวันที่ 8 และ t_{2Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b ซึ่งคือวันที่ 8 และ 1c มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 9 ถึง 12 และ t_{3Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c ซึ่งคือวันที่ 12 โดย β_{f1} , β_{f2} , β_{f3} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 9.3071 เซนติเมตร, 18.35 เซนติเมตร, 26.05 เซนติเมตร และ r_{f1} , r_{f2} , r_{f3} คืออัตราการเจริญเติบโต โดยช่วงแรกนี้จะแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ในระยะที่ 2 ช่วงย่อย 2a และ 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 13 ถึงวันที่ 20 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{4Max}) ในช่วงย่อย 2a ซึ่งคือวันที่ 20 และช่วงย่อย 2b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 21 ถึงวันที่ 40 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{5Max}) ในช่วงย่อย 2b ซึ่งคือวันที่ 40 โดยมี K_{f1} , K_{f2} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 33.5071 เซนติเมตร, 33.5286 เซนติเมตร โดย t_{mf1} , t_{mf2} คือเวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด โดยระยะนี้จะเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก

ส่วนในระยะที่ 3 ช่วงย่อย 3a และ 3b มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 41 ถึง 45 และ วันที่ 46 ถึง 50 ตามลำดับ t_{6Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a ซึ่งคือวันที่ 45 และ t_{7Max} เป็นวันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b ซึ่งคือวันที่ 50 ช่วงนี้จะเป็นการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ซึ่ง β_{f4} , β_{f5} เป็นความยาวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 33.4357 เซนติเมตร, 32.7214 เซนติเมตร และ r_{f4} , r_{f5} เป็นอัตราการเจริญเติบโต

ระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 เป็นการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก มี t เป็นวันในการเจริญเติบโต คือวันที่ 51 ถึงวันที่ 68 วันสุดท้ายของการเจริญเติบโต (t_{8Max}) ในระยะที่ 4 ซึ่งคือวันที่ 68 มี K_{f3} เป็นขอบเขตของการเจริญเติบโตมีค่าเท่ากับ 31.5071 เซนติเมตรโดย t_{mf3} คือ เวลาที่มีการเจริญเติบโตมากที่สุด

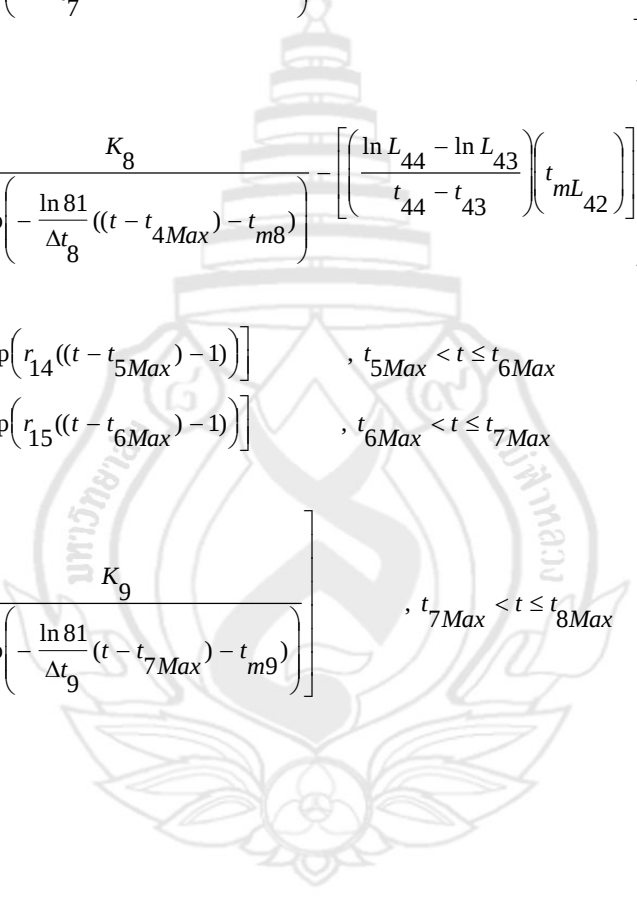
4.3.6 แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากแบบจำลองการเจริญเติบโตของปทุมมา สามารถนำมาเขียนสรุปรวมเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) ได้ดังนี้

$$G_1(t) = \begin{cases} \left[\beta_1 \exp(r_1(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_2 \exp(r_2((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_3 \exp(r_3((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_1}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_1}((t-t_{3Max})-t_{m1})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{22} - \ln L_{21}}{t_{22} - t_{21}} \right) \left(t_{mL_{21}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_2}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_2}((t-t_{4Max})-t_{m2})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{24} - \ln L_{23}}{t_{24} - t_{23}} \right) \left(t_{mL_{22}} \right) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_4 \exp(r_4((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_5 \exp(r_5((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_3}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_3}(t-t_{7Max})-t_{m3}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases}$$

$$G_2(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \left[\beta_6 \exp(r_6(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_7 \exp(r_7((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_8 \exp(r_8((t_{11}-t_{2max})-1)) \right] & , t_{2max} < t_{11} \leq t_{3max} \\ \\ \left[\frac{K_4}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_4}((t-t_{3Max})-t_{m4})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{32} - \ln L_{31}}{t_{32} - t_{31}} \right) \left(t_{mL_{31}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \\ \left[\frac{K_5}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_5}((t-t_{4Max})-t_{m5})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{34} - \ln L_{33}}{t_{34} - t_{33}} \right) \left(t_{mL_{32}} \right) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \\ \left[\beta_9 \exp(r_9((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{10} \exp(r_{10}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \\ \left[\frac{K_6}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_6}(t-t_{7Max})-t_{m6}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left[\beta_{11} \exp(r_{11}(t-1)) \right], \quad 1 \leq t \leq t_{1Max} \\
& \left[\beta_{12} \exp(r_{12}((t-t_{1Max})-1)) \right], \quad t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\
& \left[\beta_{13} \exp(r_{13}((t-t_{2Max})-1)) \right], \quad t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\
& \left[\frac{K_7}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_7}((t-t_{3Max})-t_{m7})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{42} - \ln L_{41}}{t_{42} - t_{41}} \right) \left(t_{mL_{41}} \right) \right] \right], \quad t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\
& \left[\frac{K_8}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_8}((t-t_{4Max})-t_{m8})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{44} - \ln L_{43}}{t_{44} - t_{43}} \right) \left(t_{mL_{42}} \right) \right] \right], \quad t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\
& \left[\beta_{14} \exp(r_{14}((t-t_{5Max})-1)) \right], \quad t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\
& \left[\beta_{15} \exp(r_{15}((t-t_{6Max})-1)) \right], \quad t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\
& \left[\frac{K_9}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_9}(t-t_{7Max})-t_{m9}\right)} \right], \quad t_{7Max} < t \leq t_{8Max}
\end{aligned}$$



$$G_4(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \left[\beta_{16} \exp(r_{16}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{17} \exp(r_{17}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_{18} \exp(r_{18}((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{10}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{10}}((t-t_{3Max})-t_{m10})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{f2} - \ln L_{f1}}{t_{f2} - t_{f1}} \right) \left(t_{mL_{f1}} \right) \right] \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_{11}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{11}}((t-t_{4Max})-t_{m11})\right)} - \left[\left(\frac{\ln L_{f4} - \ln L_{f3}}{t_{f4} - t_{f3}} \right) \left(t_{mL_{f2}} \right) \right] \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{19} \exp(r_{19}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{20} \exp(r_{20}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_{12}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{12}}(t-t_{7Max})-t_{m12}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{array} \right.$$

$$G_f(t) = \begin{cases} \left[\beta_{f1} \exp(r_{f1}(t-1)) \right] & , 1 \leq t \leq t_{1Max} \\ \left[\beta_{f2} \exp(r_{f2}((t-t_{1Max})-1)) \right] & , t_{1Max} < t \leq t_{2Max} \\ \left[\beta_{f3} \exp(r_{f3}((t-t_{2Max})-1)) \right] & , t_{2Max} < t \leq t_{3Max} \\ \left[\frac{K_{f1}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f1}}((t-t_{3Max})-t_{mf1})\right)} \right] & , t_{3Max} < t \leq t_{4Max} \\ \left[\frac{K_{f2}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f2}}((t-t_{4Max})-t_{mf2})\right)} \right] & , t_{4Max} < t \leq t_{5Max} \\ \left[\beta_{f4} \exp(r_{f4}((t-t_{5Max})-1)) \right] & , t_{5Max} < t \leq t_{6Max} \\ \left[\beta_{f5} \exp(r_{f5}((t-t_{6Max})-1)) \right] & , t_{6Max} < t \leq t_{7Max} \\ \left[\frac{K_{f3}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln 81}{\Delta t_{f3}}(t-t_{7Max})-t_{mf3}\right)} \right] & , t_{7Max} < t \leq t_{8Max} \end{cases}$$

$G_1(t)$, $G_2(t)$, $G_3(t)$, $G_4(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของใบปทุมมา
ใบที่ 1,2,3,4 ของปทุมมาที่เวลา t

t	คือ วันในการเจริญเติบโตของใบและช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
t_{1Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1a
t_{2Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1b
t_{3Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 1c
t_{4Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2a
t_{5Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 2b
t_{6Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3a
t_{7Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในช่วงย่อย 3b
t_{8Max}	คือ วันสุดท้ายของการเจริญเติบโตในระยะที่ 4
$K_1 - K_{12}$	คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$\Delta t_1 - \Delta t_{12}$	คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
$t_{m1} - t_{m12}$	คือ เวลาที่ใบของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
L_{21}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
L_{22}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
t_{21}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
t_{22}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 1
$t_{mL_{21}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ ใบที่ 1
L_{23}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
L_{24}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
t_{23}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
t_{24}	คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 1
$t_{mL_{22}}$	คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 2 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ ใบที่ 1
L_{31}	คือ ความยาวเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
L_{32}	คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2
t_{31}	คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

t_{32} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

$t_{mL_{31}}$ คือ เวลาที่ใบปฐมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 2

L_{33} คือ ความยาวเริ่มต้นของไบท์ 3 ในช่วงย่อย 2b ของไบท์ 2

L_{34} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

t_{33} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

t_{34} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 2

34 $t_{mL_{32}}$ คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 3 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ

ใบที่ 2

L_{41} คือ ความยาวเริ่มต้นของไบท์ที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของไบท์ที่ 3

L_{42} คือ ความยาวสูงสุดของไบท์ 4 ในช่วงย่อย 2a ของไบท์ 3

คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3

t_{42} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 3

คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของ

L_{43} คือ ความยาวเริ่มต้นของไบท์ที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของไบท์ที่ 3

L_{44} คือ ความยาวสูงสุดของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3

t_{43} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3

คือ เวลาของการเจริญเติบโตของใบที่ 4 ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 3

44
42 t_{mL} คือ เวลาที่ใบปทุมมาใบที่ 4 มีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของ
ใบที่ 3

L_{f1} คือ ความยาวเริ่มต้นของข้อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4

L_{f2} คือ ความยาวสูงสุดของข้อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4

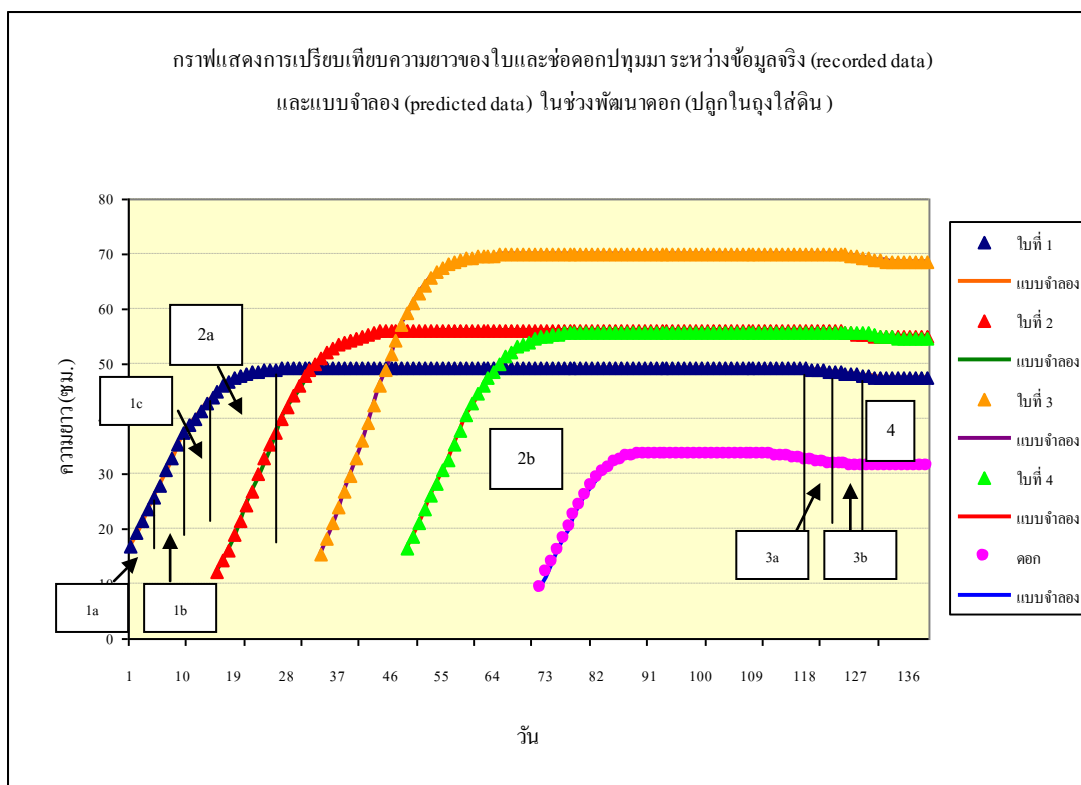
t_{f1} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4

t_{f2} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของช่อดอกในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4

$t_{mL_{f1}}$ คือ เวลาที่ข้อคอกปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2a ของใบที่ 4

- L_{f3} คือ ความยาวเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 L_{f4} คือ ความยาวสูงสุดของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{f3} คือ เวลาในการเจริญเติบโตเริ่มต้นของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 t_{f4} คือ เวลาของการเจริญเติบโตของช่อดอกในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 $t_{mL_{f2}}$ คือ เวลาที่ช่อดอกปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุด ในช่วงย่อย 2b ของใบที่ 4
 $\beta_1 - \beta_{20}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_1 - r_{20}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของใบปทุมมาในแต่ละระยะ
 $G_f(t)$ คือ การเจริญเติบโต (ความยาว) ของช่อดอกปทุมมา ที่เวลา t
 $K_{f1} - K_{f3}$ คือ ขอบจำกัดบนของความยาวของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
 $\beta_{f1} - \beta_{f5}$ คือ ความยาวเริ่มต้นของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
 $r_{f1} - r_{f5}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ
 $t_{mf1} - t_{mf3}$ คือ เวลาที่ช่อดอกของปทุมมามีอัตราการเจริญเติบโตมากที่สุดในแต่ละระยะ
 $\Delta t_{f1} - \Delta t_{f3}$ คือ ระยะเวลาการเจริญเติบโตของช่อดอกปทุมมาในแต่ละระยะ

เมื่อนำค่าที่ได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับข้อมูลของใบและช่อดอกปทุมมาที่ได้จากการบันทึกข้อมูล (แสดงในภาคผนวก ค) จะสามารถนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังภาพที่ 4.26



ภาพที่ 4.26 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า การเจริญเติบโตของใบแต่ละใบ จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ โดยระยะที่ 1 จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 3 ช่วงย่อย คือ 1a, 1b และ 1c การเจริญเติบโตในระยะนี้จะมีลักษณะการเจริญเติบโตที่รวดเร็วและไม่มีขอบเขตทำให้แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ในระยะที่ 2 ช่วงย่อย 2a การเจริญเติบโตจะเริ่มช้าลง ทำให้มีขอบเขตของการเจริญเติบโตแบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก และในช่วงย่อยที่ 2b การเจริญเติบโตคงที่ทำให้การเจริญเติบโตในช่วงนี้ถือว่าไม่มีขอบเขตของการเจริญเติบโตแบบจำลองที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ในระยะที่ 3 แบ่งการเจริญเติบโตเป็น 2 ช่วงย่อยคือ 3a และ 3b การเจริญเติบโตในช่วงนี้ใบเริ่มหดและความยาวของใบเริ่มลดลงอย่างรวดเร็วและไม่มีขอบเขต เนื่องจากการหยุดให้น้ำ ดังนั้น แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ส่วนช่วงสุดท้ายคือช่วงที่ 4 ความยาวของใบที่

ลดลงเริ่มคงที่ ทำให้มีขอบเขต ทำให้แบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก จากสมการในระยะที่ 2 ของการเจริญเติบโตของใบที่ 1 จะเห็นว่าใบที่ 2 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นการเจริญเติบโตของใบที่ 1 ในช่วงย่อยที่ 2a และ 2b จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ซึ่งแสดงดังสมการ $G_1(t)$ เช่นเดียวกับใบที่ 2 ที่การเจริญเติบโตในช่วงที่ 2 จะช้าลงเมื่อใบที่ 3 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นการเจริญเติบโตของใบที่ 2 ในระยะที่ 2 จะช้าลงด้วยอัตราการเจริญเติบโตของใบที่ 3 ซึ่งแสดงดังสมการ $G_2(t)$ ส่วนในใบที่ 3 การเจริญเติบโตในระยะที่ 2 จะช้าลงเมื่อใบที่ 4 เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังสมการ $G_3(t)$ และใบที่ 4 เจริญเติบโตจะช้าลงเมื่อช่อดอกของปทุมมา เริ่มมีการเจริญเติบโต ดังนั้นเมื่อช่อดอกปทุมมาเริ่มเจริญเติบโต ใบที่ 4 ก็จะเริ่มหยุดการเจริญเติบโต ซึ่งแสดงดังสมการ $G_4(t)$ ส่วนในช่วงที่ 3 และ 4 ความยาวของใบจะลดลง เนื่องจากการหยุดให้น้ำ ส่วนในช่อดอกปทุมมา การเจริญเติบโตจะไม่ขึ้นอยู่กับใบอื่นๆ การเจริญเติบโตจะช้าลงและคงที่ เนื่องจากตัวของช่อดอกปทุมมาเอง จึงแสดงดังสมการ $G_f(t)$

4.4 ผลของการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลอง

แบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการเจริญเติบโตของปทุมมาในงานวิจัยนี้ คือแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วง ที่มีการพิจารณาถึงความเกี่ยวข้องของพฤติกรรมภายในต้นปทุมมา ซึ่งข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองเมื่อนำมาเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงจะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกัน เมื่อนำข้อมูลจริงและข้อมูลจากแบบจำลองมาหาค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) ของการเจริญเติบโต ได้ค่า Root Mean Square Error: RMSE และค่า Standard Error: SE ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

ใบ	ค่า Root Mean Square Error : RMSE	ค่า Standard Error: SE
ใบที่ 1	0.066	0.0047
ใบที่ 2	0.1712	0.0321
ใบที่ 3	0.0903	0.0095
ค่าเฉลี่ย	0.1092	0.0154

ตารางที่ 4.2 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) ในระยะพัฒนาใบลำต้น (ปลูกในถุงไต้ดิน)

ใบ	ค่า Root Mean Square Error : RMSE	ค่า Standard Error: SE
ใบที่ 1	0.0632	0.0041
ใบที่ 2	0.1134	0.0131
ใบที่ 3	0.2009	0.0411
ใบที่ 4	0.1224	0.0153
ใบที่ 5	0.2086	0.0446
ค่าเฉลี่ย	0.1417	0.0236

ตารางที่ 4.3 ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error: RMSE) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error: SE) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

ใบ	ค่า Root Mean Square Error : RMSE	ค่า Standard Error: SE
ใบที่ 1	0.2183	0.0483
ใบที่ 2	0.3626	0.1336
ใบที่ 3	0.2287	0.0533
ใบที่ 4	0.3956	0.16
ค่าเฉลี่ย	0.3013	0.0988
ดอก	ค่า Root Mean Square Error : RMSE	ค่า Standard Error: SE
ดอกปทุมมา	0.1533	0.0242

จะเห็นว่าค่า ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) มีค่าค่อนข้างน้อย ซึ่งแสดงว่าค่าจากข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองและที่ได้จากการบันทึกข้อมูลมีค่าใกล้เคียงกัน

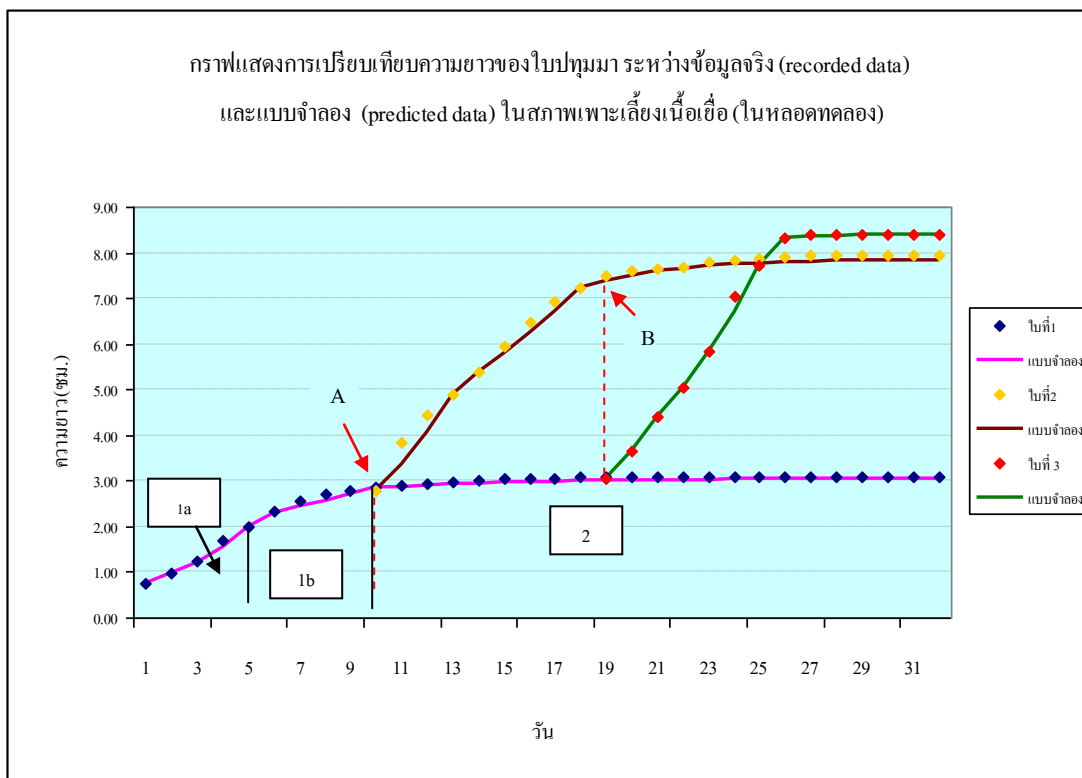
บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลของการศึกษา

การสรุปผลของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เป็นการสรุปผลของการหาแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะต่างๆ โดยแบ่งเป็น 3 ระยะคือ การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบ ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง) การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบ ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) และการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอก ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

5.1 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ในหลอดทดลอง)

จากข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา และข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ เมื่อนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังนี้



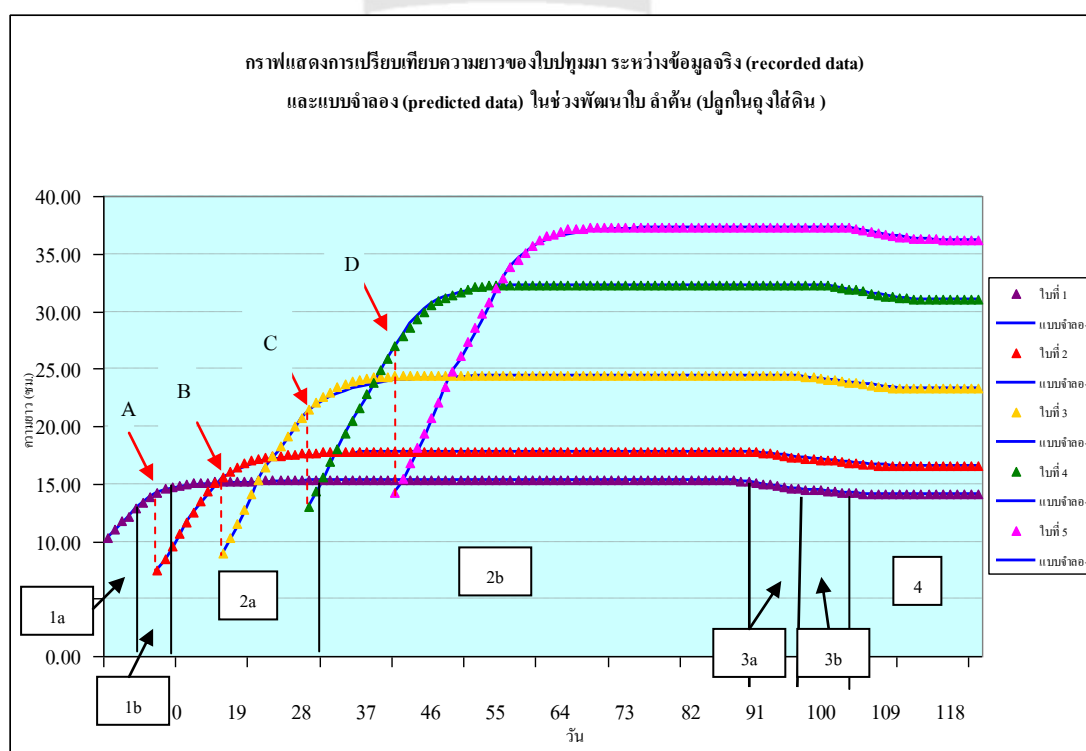
ภาพที่ 5.1 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

จากภาพที่ 5.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ แบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 2 ระยะ โดยระยะแรกการเจริญเติบโตแบบรวดเร็วและไม่มีขอบเขต โดยในระยะแรกนี้ได้แบ่งการเจริญเติบโตออกอีก 2 ช่วงย่อย ดังนั้นการเจริญเติบโตในช่วงแรกนี้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 ช่วง ส่วนระยะที่ 2 ของการเจริญเติบโตเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก เพราะการเจริญเติบโตระยะนี้มีขอบเขตของการเจริญเติบโต เนื่องจากมีข้อจำกัดในเรื่องความสูงของขวด ทำให้จำกัดการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบ ซึ่งหากมีการเพิ่มความสูงของขวด ใบของปทุมมาอาจมีความสูงมากกว่านี้ นอกจากนี้จะต้องขึ้นอยู่กับปริมาณอาหารสังเคราะห์ภายในขวดอีกด้วย จากภาพที่ 5.1 ตรงจุด A แสดงให้เห็นว่า ในการเจริญเติบโตของใบปทุมมา ใบที่แรกค่อยๆ หยุดการเจริญเติบโตเมื่อมีใบที่ 2 เกิดขึ้นมาและตรงจุด B ใบที่ 2 ค่อยๆ หยุดเมื่อมีใบที่ 3 เกิดขึ้นมา อย่างไรก็ตามจากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อเมื่อนำมาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล จะเห็นว่ามีค่าใกล้เคียงกันซึ่งดูได้จากค่ารากที่สอง

ของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) ในบทที่ 4 ซึ่งมีค่าค่อนข้างน้อย ทำให้สรุปได้ว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อนี้ ยังสามารถนำไปทำนายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อได้

5.2 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

จากข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา และข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) เมื่อนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังนี้

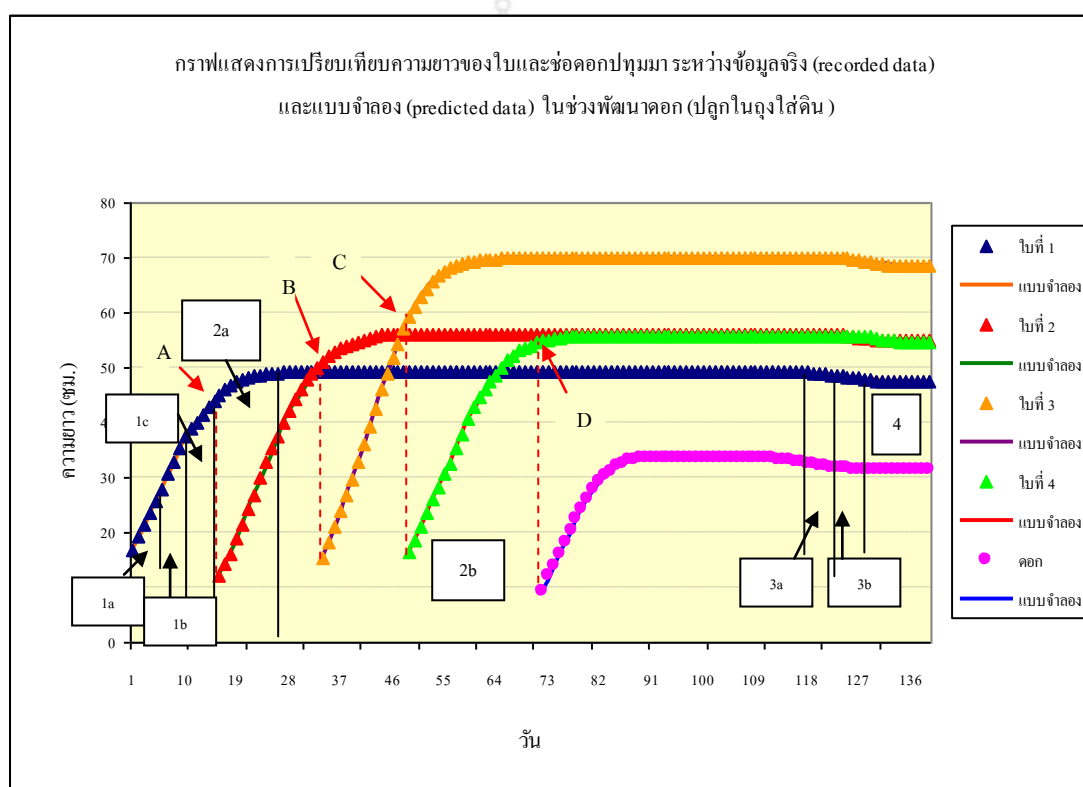


ภาพที่ 5.2 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากภาพที่ 5.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในช่วงพัฒนาใบและลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) จะแบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ระยะ โดยระยะที่ 1 เป็นการเจริญเติบโตแบบรวดเร็วและไม่มีขอบเขต ทำให้แบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล และในระยะที่ 1 นี้จะแบ่งการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ออกเป็น 2 ช่วงย่อย ในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตเริ่มช้าลงและมีขอบเขตทำให้แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก และในระยะที่ 2 นี้ แบ่งการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ออกเป็น 2 ช่วงย่อย ในระยะที่ 3 ใบปทุมมาเริ่มหดและความยาวของใบเริ่มลดลงอย่างรวดเร็ว เนื่องจากเริ่มหยุดให้น้ำ ทำให้ระยะนี้แบบจำลองการเจริญเติบโตเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยแบบจำลองในระยะนี้ได้แบ่งย่อยออกอีก 2 ช่วงย่อย ส่วนระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 ความยาวของใบที่ลดลงเริ่มหยุดและคงที่ แบบจำลองที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก ซึ่งจะเห็นว่า แบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) แตกต่างจากแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ เนื่องจากปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) นี้มีระยะพักตัว ซึ่งเป็นช่วงที่ใบปทุมมามีการเหี่ยว จากภาพที่ 5.2 ตรงจุด A, B, C, D แสดงให้เห็นว่า ในการเจริญเติบโตของใบปทุมมา ตรงจุด A การเจริญเติบโตของใบแรกการเจริญเติบโตในด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 2 เกิดขึ้นมา ตรงจุด B ใบที่ 2 การเจริญเติบโตในด้านความยาวของใบที่ 2 จะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 3 เกิดขึ้นมา ตรงจุด C ใบที่ 3 การเจริญเติบโตในด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 4 เกิดขึ้นมา และตรงจุด D ใบที่ 4 การเจริญเติบโตในด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 5 เกิดขึ้นมา ส่วนใบที่ 5 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเจริญเติบโตไปจนถึงจุดๆ หนึ่งแล้วการเจริญเติบโตจะช้าลงและคงที่ และจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) ในบทที่ 4 มีค่าค่อนข้างน้อย ทำให้สรุปได้ว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบปทุมมา ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) นี้ สามารถนำไปทำนายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) ได้

5.3 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมาในระยะพัฒนาดอก ภายใต้สภาพปลูกในถุงใส่ดินในโรงเรือนเพาะเลี้ยง

จากข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมา และข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) เมื่อนำมาเขียนกราฟแสดงได้ดังนี้



ภาพที่ 5.3 กราฟการเปรียบเทียบความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

จากภาพที่ 5.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมาในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) แบบจำลองการเจริญเติบโตของระยะนี้มีทั้งแบบจำลองการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา แบ่งการเจริญเติบโตออกเป็น 4 ช่วง เช่นเดียวกับในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) โดยระยะที่ 1 เป็นการเจริญเติบโตแบบรวดเร็วและไม่มีขอบเขตทำให้แบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์

โปแนนเซียล ในระยะแรกนี้แบ่งการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ออกเป็น 3 ช่วงย่อย ซึ่งต่างจากในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อและในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) ที่แบ่งการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล ออกเป็น 2 ช่วงย่อย แต่ในระยะที่ 2, 3, 4 แบบจำลองการเจริญเติบโตจะเหมือนกับในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) โดยในระยะที่ 2 การเจริญเติบโตเริ่มช้าลงและมีขอบเขต ทำให้แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก โดยแบบจำลองในระยะที่ 2 นี้ได้แบ่งย่อยออกอีก 2 ช่วงย่อย ในระยะที่ 3 ใบเริ่มหดและความยาวของใบเริ่มลดลงอย่างรวดเร็วอย่างไม่มีขอบเขต เนื่องจากเป็นช่วงที่งอให้น้ำ ทำให้ระยะนี้แบบจำลองการเจริญเติบโตเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยแบบจำลองในระยะนี้ได้แบ่งย่อยออกอีก 2 ช่วงย่อย ส่วนระยะสุดท้ายคือระยะที่ 4 ใบที่หดและความยาวของใบที่ลดลงเริ่มหยุดและคงที่แบบจำลองที่ได้จึงเป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก จะเห็นได้ว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในระยะพัฒนาดอก (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) จะคล้ายกับแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ของปทุมมาในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) แต่จะไม่เหมือนกันในระยะที่ 1 ทำให้ได้ข้อสังเกตว่าถ้าเป็นในระยะพัฒนาดอก การเจริญเติบโตในระยะแรกมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็วและนานกว่าในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) จากภาพที่ 5.3 ตรงจุด A, B, C, D แสดงให้เห็นว่า ในการเจริญเติบโตของใบปทุมมา ตรงจุด A ใบแรกการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 2 เกิดขึ้นมา จุด B ใบที่ 2 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 3 เกิดขึ้นมา จุด C ใบที่ 3 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 4 เกิดขึ้นมา และ จุด D ใบที่ 4 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีดอกเกิดขึ้นมา ส่วนดอกเมื่อเจริญเติบโตไปจนถึงจุดๆ หนึ่งแล้วการเจริญเติบโตด้านความยาวของช่อดอกจะเริ่มช้าลงและคงที่ จากกราฟแสดงให้เห็นว่าใบที่ 4 นั้นสั้นกว่าใบที่ 3 ซึ่งแตกต่างจากระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) ใบสุดท้ายจะเป็นใบที่ยาวที่สุด แต่ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) เมื่อดอกเริ่มเจริญเติบโต ใบที่ 4 การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่ ซึ่งจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Square Error) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) ในบทที่ 4 มีค่าค่อนข้างน้อย ทำให้สรุปได้ว่าแบบจำลองการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) นี้สามารถนำไปทำนายการเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกของปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกลงในถุงใส่ดิน) ได้

ผลการศึกษา สรุปได้ว่า จากข้อมูลที่ได้จากการบันทึกข้อมูลและจากแบบจำลอง จะเห็นว่า การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา เมื่อนำมาวาดกราฟแล้วความสัมพันธ์มีลักษณะเป็นเส้นโค้ง การเจริญเติบโตของใบพืชแต่ละใบมีความสัมพันธ์กัน โดยใบที่แรกความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 2 เกิดขึ้นมาและใบที่ 2 ความยาวของใบจะเริ่มช้าลงและคงที่เมื่อมีใบที่ 3 เกิดขึ้นมา และใบที่ 4, 5 ก็มีลักษณะเช่นเดียวกัน เช่นเดียวกันเมื่อดอกเริ่มเจริญเติบโต ใบสุดท้ายที่เจริญเติบโตด้าน การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบสุดท้ายจะเริ่มช้าลงและคงที่ เมื่อดอกเริ่มที่จะเจริญเติบโตขึ้นมา แสดงว่าการเจริญเติบโตของใบพืชแต่ละใบมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นผลมาจากการแย่งแย่งและแบ่งปันสารอาหาร ในส่วนที่มีความสามารถในการแข่งขันสูงคือใบอ่อนและดอก ทำให้ใบที่เกิดขึ้นก่อนมีการเจริญเติบโตที่ช้าลง แบบจำลองการเจริญเติบโตที่ได้เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงที่มีทั้งแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล (exponential growth model) และแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบลอจิสติก (logistic growth model) ซึ่งสามารถนำไปพยากรณ์การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบปทุมมา ในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) การเจริญเติบโตด้านความยาวของใบและช่อดอกปทุมมา ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) ได้

นอกจากประโยชน์ในการทำนายหรือพยากรณ์การเจริญเติบโตของปทุมมาแล้ว แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงสำหรับปทุมมายังสามารถเป็นตัวคาดการณ์ถึงโอกาสที่ปทุมมาจะออกดอกหรือไม่ออกดอกได้อีกด้วย โดยสามารถดูจากกราฟการเจริญเติบโตและแบบจำลองการเจริญเติบโตจะเห็นได้ว่าในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) ในระยะที่ 1 เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 ช่วงย่อย แต่ในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) ในระยะที่ 1 เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียล 3 ช่วงย่อย ดังนั้น หากการเจริญเติบโตแบบเอกซ์โปเนนเชียลในช่วงแรก มีมากกว่า 2 ช่วงย่อย อาจคาดการณ์ได้ว่า ต้นปทุมมาอาจมีโอกาที่จะออกดอกได้

5.4 ข้อเสนอแนะ

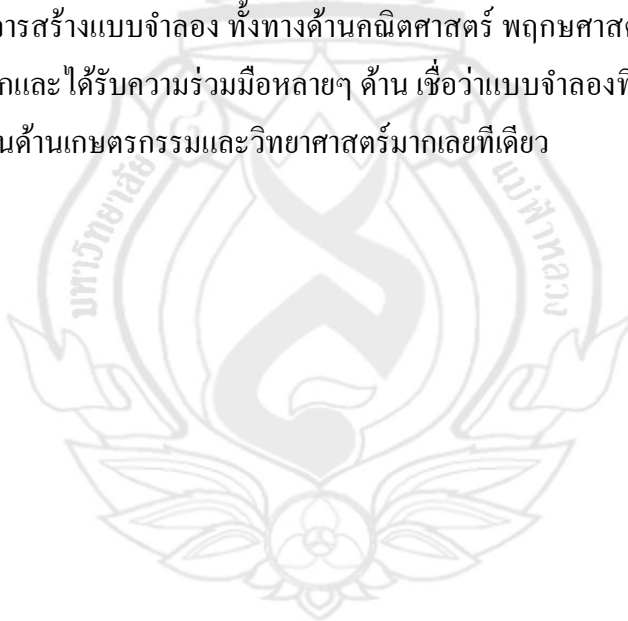
ในงานวิจัยชิ้นนี้ ได้ทำการบันทึกข้อมูลการเจริญเติบโตในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ การบันทึกข้อมูลในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) ซึ่งเป็นการปลูกปทุมมาในช่วงปีที่ 1 และการบันทึกข้อมูลในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) เป็นการปลูกปทุมมาในช่วงปีที่ 3 แต่ไม่ได้

ทำการบันทึกข้อมูลการเจริญเติบโตของปทุมมาในปีที่ 2 ผู้วิจัยภายหลังสามารถที่จะทำวิจัยเพิ่มเติมในเรื่องการเจริญเติบโตของปทุมมาในช่วงปีที่ 2 ได้

ในงานวิจัยนี้ ได้ทำการปลูกในสภาพที่มีการควบคุมแสง ควบคุมการให้น้ำ ผู้วิจัยภายหลังสามารถที่จะทำวิจัยเพิ่มเติมในสภาพอากาศในแปลงปลูกโดยไม่มีการควบคุมแสงและการให้น้ำ โดยมีพื้นฐานจากแบบจำลองในงานวิจัยนี้ได้

นอกจากปทุมมาแล้วเรายังสามารถนำแบบจำลองการเจริญเติบโตแบบหลายช่วงนี้ ไปประยุกต์ใช้ในพืชตัวอื่นที่มีลักษณะการเจริญเติบโตที่คล้ายกับปทุมมาได้ สามารถเปลี่ยนการวัดการเจริญเติบโตจากความยาวเป็นน้ำหนักแห้ง น้ำหนักสด หรือพื้นที่ใบ แล้วแต่ความสะดวกและวัตถุประสงค์ของการวิจัย อาจจะต้องมีการศึกษาถึงปัจจัยที่ทำให้ปทุมมาเจริญเติบโตแตกต่างกันในแต่ละช่วงของการเจริญเติบโต ผู้วิจัยภายหลังอาจศึกษาในเรื่อง ธาตุอาหาร แสง ความชื้น ฯ มีผลต่อการเจริญเติบโตอย่างไร เพื่อนำไปพัฒนาแบบจำลองให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

การที่จะหาแบบจำลองการเจริญเติบโตของพืช จะเป็นการยากถ้าขาดข้อมูลและความรู้หลายๆ ด้านในการสร้างแบบจำลอง ทั้งทางด้านคณิตศาสตร์ พฤษศาสตร์ และเกษตรศาสตร์ ถ้ามีข้อมูลจำนวนมากและได้รับความร่วมมือหลายๆ ด้าน เชื่อว่าแบบจำลองที่ได้จะมีความสมบูรณ์และมีประโยชน์ทั้งในด้านเกษตรกรรมและวิทยาศาสตร์มากเลยทีเดียว





รายการอ้างอิง

รายการอ้างอิง

- กิตติ แซ่โจ้วม, ยุทธนา เกติพันธ์, วรพรรณ สุทธิธนาเลิศ, ทิพาพร อยู่วิทยา,
และณภาพ รัตนสมบูรณ์. (2544). ผลของสภาวะการอบแห้งต่อปริมาณสารให้กลิ่นใน
เห็ดหอม. วารสารวิจัยและพัฒนา มจร, 24, 285-297.
- กรมวิชาการเกษตร. (2547). **ปลูมมา (Curcuma spp.)** สืบค้นเมื่อ 19 เมษายน 2550,จาก
<http://www.doae.go.th/library/html/detail/curcuma/index.htm>
- กรมส่งเสริมการเกษตร. กลุ่มงานเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ. (ม.ป.ป.). สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2552,จาก
<http://plantpro.doae.go.th/tissue/tissue-2.html>
- คณะบรรณาธิการสำนักพิมพ์บ้านและสวน. (2550). **สารานุกรมไม้ประดับในประเทศไทย** (เล่ม 1).
กรุงเทพฯ: อัมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.
- จันทิกา สมอดิ. (2552). **curcuma** สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2553,จาก
<http://jantikasamordee.blogspot.com/2009/08/curcuma-zingiberaceae-eucurcuma.html>
- จิราภา คุโณปการ. (2549). **การยับยั้งการเติบโตของเชื้อก่อโรคเหี่ยวในปลูมมาโดยแบคทีเรีย
ปฏิชีวนะ**. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาชีววิทยา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่,
เชียงใหม่.
- จิรวัดน์ ภูบัวเฟื่อน. (2535). **การเจริญเติบโต และการพัฒนาดอกของปลูมมา**. วิทยานิพนธ์
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาพืชสวน มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.
- จุมพล แซ่เอี่ยม และมิ่งศักดิ์ ตั้งตระกูล. (2548). การอบแห้งกากมะพร้าวด้วยเทคนิคฟลูอิดไอเซชัน.
ใน **การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 19**. 19-21
ตุลาคม 2548 ณ โรงแรมเดอะรอยัล พาราไดซ์ จังหวัดภูเก็ต.

- จุไรรัตน์ อินทะนิน. (2544). การผลิตและการจำหน่ายปทุมมาของเกษตรกรในจังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาส่งเสริมการเกษตร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.
- ฉัตรชัย ปานเฟื่อง. (2543). ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการกำหนดจำนวนนักท่องเที่ยวระหว่างประเทศ. วิทยานิพนธ์เศรษฐศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง, กรุงเทพฯ.
- ชิดชนก วงศ์เครือ. (2547). การพยากรณ์ดัชนีราคาก่อสร้างโดยวิธีอาร์มา. การค้นคว้าแบบอิสระ เศรษฐศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.
- ชมภูณัฐ วีระวัณชัย. (2549). การทำนายระดับยาคาร์บาร์มาชิปีนในซีรัมที่สภาวะคงที่โดยแบบจำลองประชากรไทย. วิทยานิพนธ์เภสัชศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเภสัชกรรมคลินิก มหาวิทยาลัยศิลปากร, กรุงเทพฯ.
- ทิวาภรณ์ เชื้อนแก้ว. (2549). ผลของสารควบคุมการเจริญเติบโตต่อการเจริญเติบโตของปทุมมา. การค้นคว้าแบบอิสระวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาพืชสวน มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.
- ประภัสสร สุทกาทิน. การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (Plant tissue culture). สืบค้นเมื่อ 20 มกราคม 2553, จาก <http://202.129.59.198/rdi/html/tissue.html>
- ประวิตร โสภณดร. (2552). สังเคราะห์แสง หายใจ และการเจริญเติบโตของพืช และการวิเคราะห์. สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2552, จาก <http://natres.psu.ac.th/Department/PlantScience/physio/lecture/document/3.doc>
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ และนิพนธ์ วรรณโสภณชัย. (2551). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พงศ์พีระ เดชวัช. (ม.ป.ป.) อธิบายอัตราการแบ่งตัวของเซลล์มะเร็งโดยอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์ (Homogenous Cancer Model) ที่เหมาะสมในเซลล์มะเร็งระยะต่าง ๆ. สืบค้นเมื่อ 16 กันยายน 2553, จาก http://www.scimath.org/index.php?option=com_project&task=show&pr_id=94&Itemid=180

ยศวดี อุดมพิทักษ์เดชา. (2552). การคัดเลือกเชื้อแอคติโนมัยซีสปฏิบัติเพื่อควบคุมโรคเหี่ยวที่เกิดจากแบคทีเรียของปทุมมา. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาพืชสวน มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

ลิลลี่ กาวีตะ. (2546). การเปลี่ยนแปลงสัณฐานวิทยาและพัฒนารูปของพืช. กรุงเทพฯ: ภาควิชาพฤกษศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วรวรรณ วิชัยลักษณ์. (2548). ปทุมมา. สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2553, จาก
<http://www.doae.go.th/library/html/detail/curcuma/index.html>

ศรินันท์ วันทอง, สุชาดา ศิริพันธุ์ และศุภจิตรา ชัชวาล. (2552). แบบจำลองผลผลิตของถั่วเหลืองที่ได้รับผลกระทบจากความเครียดที่เกิดจากความเค็ม. ใน การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี 2552 ครั้งที่ 14 (หน้า 77-87). 5-6 มีนาคม 2552 ณ โรงแรมไคม์ออนด์ พลาซ่า จ.สุราษฎร์ธานี: ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี ร่วมกับ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ โดย ศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย.

สถาบันการแพทย์แผนไทย โครงการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ. (ม.ป.ป.). การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ (ตอนที่ 1) สืบค้นเมื่อ 9 สิงหาคม 2550, จาก
http://ittm.dtam.moph.go.th/data_all/articles/article27.html

สถาบันวิจัยและฝึกอบรมการเกษตรลำปาง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล. (ม.ป.ป.). ความรู้ทางด้านการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช. สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2552, จาก
<http://www.lartc.rmutl.ac.th/ptclab/Tissue%20Culture/tissue%20culture.html>

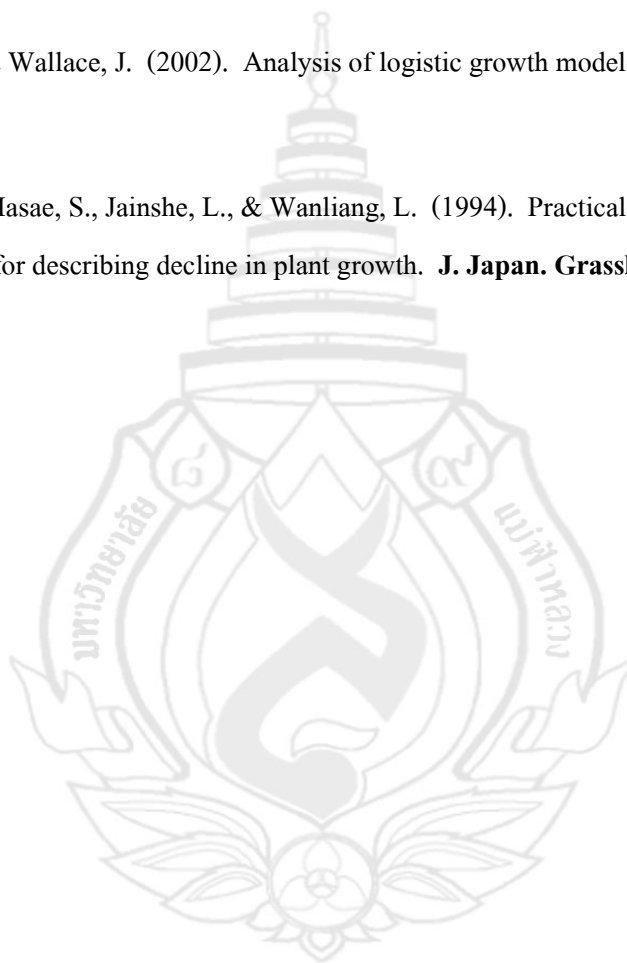
สุรวิษ วรรณไกรโรจน์. (2539). ปทุมมาและกระเจียว (curcuma) ไม้ดอกไม้ประดับ. กรุงเทพฯ: บ้านและสวน.

สาขาวิชาพืชสวน คณะเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. (ม.ป.ป.). การขยายพันธุ์พืช. สืบค้นเมื่อ 9 สิงหาคม 2550, จาก
<http://web.agri.cmu.ac.th/course/359301/pprop/11.micropropagation/Micropropagation.html>

- สายนต์ สดุดี. (2552). การเจริญเติบโตทางต้นและใบ. สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2552,จาก <http://natres.psu.ac.th/Department/PlantScience/physio/lecture/document/10.doc>
- หน่วยปฏิบัติการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ โครงการอนุรักษ์พันธุกรรมพืชอันเนื่องมาจากพระราชดำริ สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี. (2544). การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2552,จาก http://www.rspg.or.th/information/information_11.html
- อนุชิต จิตพัฒนกุล. (2546). การจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของผลกระทบการขาดแคลน น้ำต่อการเติบโตของถั่วเหลือง. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- โอฬาร พิทักษ์, ภาวนา อัสวะประภา, ทวีพงศ์ สุวรรณโร, เสธฐพงศ์ เลขะวัฒนะ, และอภิชาติ สุวรรณ. (ม.ป.ป.). การปลูกปทุมมาและกระเจียว. สืบค้นเมื่อ 19 เมษายน 2550,จาก <http://www.eto.ku.ac.th/neweto/e-book/plant/flower/zinger.pdf>
- Caloin, M., & Yu, O. (1982). An extension of the logistic model of plant growth. **Ann Bot**, **49**(5), 599-607.
- Farina, L., & Ruisi, P. (2002). Positivity of multi-exponential models. **IFAC**, **15**, 53-57.
- Fujikawa, W., Kai, A., & Morozumi, S. (2004). A new logistic model for Escherichia coli growth at constant and dynamic temperatures. **Food Microbiol**, **21**, 501-509.
- Gabriel, J. P., Saucy, F., & Bersier, L.F. (2005). Paradoxes in the logistic equation. **Ecol. Model.** **185**, 257-261.
- Greer W., Smith R., & Shipman A. J. (2003). A multi-exponential model of postmenopausal decline in vertebral bone mineral density: A new approach to the BMD reference range. **J Clin Densitom.** **Summer**, **6**(2), 113-24.
- Invernizzi, S., & Terpin, K., (1997). A generalized logistic model for photosynthetic growth. **Ecol. Model.** **94**, 231-233.
- Jain, R. C., Ranjana A., & Singh, K. N. (1992). A within year growth model for crop yield Forecasting. **Biometrical Journal**, **34**(7), 789-799.

- Kuang, Y., Huisman, J., & Elser, J. J. (2004). Stoichiometric plant-herbivore models and their interpretation. **Math.Biosci&Eng**, **1**, 215-222.
- Kuang, Y. (2007). **A mechanistic derivation of the logistic model**. Retrieved February 10, 2008, from <http://math.la.asu.edu/~kuang/class/494MB/Lect3.pdf>
- Loladze, I., Kuang, Y., & Elser, J. J. (2000). Stoichiometry in producer-grazer systems: Linking energy flow with element cycling. **Bull. Math. Biol**, **62**, 1137-1162.
- Meyer, P.S. (1994). Bi-logistic growth. **The Journal Technological Forecasting and Social Change**, **47**, 89- 102.
- Meyer, P.S., Yung, J. W. & Ausubel, J. H. (1999). A primer on logistic growth and substitution: The mathematic of the Loglet Lab software. **The Journal Technological Forecasting and Social Change**, **61**(3), 89 -102.
- Ni Wayan Surya Wardhani, (2010). Using Bi-Logistic to estimate the growth of young Teak tree. **Journal of Mathematics and Technology**, **4**, 16-18.
- Ørskov, E.R., & McDonald, I. (1979). The estimation of protein degradability in the rumen from incubation measurements weighted according to rate of passage. **J. Agric. Sci. Camb**, **92**, 499-503. อ้างใน ปิ่น จันจุฬาและเมธา วรรณพัฒน์. (2545). การใช้ประโยชน์ของแป้ง: อิทธิพลของแหล่งและระดับการย่อยสลายของแป้งต่อประสิทธิภาพการผลิตน้ำมันในโคนม. **วารสารโคนม**. **19**(1), 17-28.
- Rogers, A., & Lettle, J. S. (1994). Parameterizing age patterns of demographic rates with the multiexponential model schedule. **Mathematical Population Studies**, **Volume 4**(3), 175 – 195.
- Steltner, H., Vogel, M., Sorichter, S., Matthys, H., Guttmann, J., & Timmer, J. (2001). Analysis of forced expired volume signals using multi-exponential functions. **Med. Biol. Eng. Comput.**, **39**, 190-194.

- Thornley, J. H. M., & France, J. (2005). An open-ended β -based growth function. **Ecol. Model**, **184**, 257-261.
- Thornley, J. H. M., France, J., & Shepherd, J. J. (2007). An open-ended β -based growth function: Analytical solution and the power-law logistic model. **Ecol. Model**, **204**, 531-534.
- Tsoularis, A. (2001). Analysis of logistic growth models. **Math. Sci**, **2**, 23-46.
- Tsoularis, A., & Wallace, J. (2002). Analysis of logistic growth models. **Math. Biosci**, **179**, 21-55.
- Yusheng, W., Masae, S., Jainshe, L., & Wanliang, L. (1994). Practical extension of logistic model for describing decline in plant growth. **J. Japan. Grassl. Sci**, **40**, 307-312.





ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ข้อมูลความยาว(เซนติเมตร)เฉลี่ยของใบปทุมมาเปรียบเทียบ ระหว่างข้อมูล จากแบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ

ตารางที่ ก1 ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบปทุมมาเปรียบเทียบ ระหว่างข้อมูลจาก
แบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในสภาพ
เพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ โดยทำการบันทึกข้อมูลในช่วงเดือนมิถุนายนถึงเดือนกรกฎาคม
จำนวน 32 วัน

วันที่	ข้อมูลใบที่1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง
1	0.7545	0.7545				
2	0.9909	0.9605				
3	1.2273	1.2228				
4	1.7091	1.5567				
5	1.9818	1.9818				
6	2.3182	2.3128				
7	2.5727	2.4397				
8	2.7091	2.5735				
9	2.7727	2.7147				
10	2.8636	2.8636	2.7818	2.7818		
11	2.9091	2.8640	3.8545	3.3575		
12	2.9364	2.8967	4.4273	4.0523		
13	2.9727	2.9237	4.8909	4.8909		
14	3.0182	2.9460	5.4000	5.4000		
15	3.0545	2.9644	5.9636	5.8063		

ตารางที่ ก1 (ต่อ)

วันที่	ข้อมูลใบที่1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง
16	3.0636	2.9794	6.4636	6.2433		
17	3.0636	2.9917	6.9273	6.7131		
18	3.0727	3.0018	7.2182	7.2182		
19	3.0727	3.0100	7.5000	7.3832	3.0545	3.0545
20	3.0727	3.0167	7.5909	7.5027	3.6545	3.6660
21	3.0818	3.0221	7.6455	7.5925	4.4000	4.4000
22	3.0818	3.0266	7.7000	7.6594	5.0636	5.0636
23	3.0818	3.0302	7.7909	7.709	5.8364	5.8252
24	3.0818	3.0331	7.8364	7.7457	7.0364	6.7012
25	3.0909	3.0355	7.8636	7.7727	7.7091	7.7091
26	3.0909	3.0374	7.9000	7.7925	8.3182	8.3182
27	3.0909	3.0390	7.9364	7.8071	8.3818	8.3519
28	3.0909	3.0403	7.9636	7.8178	8.3909	8.3701
29	3.0909	3.0413	7.9636	7.8256	8.3909	8.3798
30	3.0909	3.0422	7.9636	7.8313	8.3909	8.3850
31	3.0909	3.0429	7.9636	7.8355	8.3909	8.3877
32	3.0909	3.0434	7.9636	7.8385	8.3909	8.3892

ภาคผนวก ข

ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจาก
แบบจำลอง (predicted data) และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data)
ในช่วงพัฒนาใบลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน)



ตารางที่ ข1 ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบปทุมมา ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data)และ จากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) โดยทำการบันทึกข้อมูลในช่วงเดือนสิงหาคมถึงเดือนธันวาคม จำนวน 122 วัน

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
1	10.3294	10.3294								
2	11.0176	10.9169								
3	11.7353	11.5378								
4	12.1941	12.1941								
5	12.9176	12.9176								
6	13.3941	13.3592								
7	13.8941	13.8159								
8	14.2882	14.2882	7.5118	7.5118						
9	14.5588	14.4555	8.4765	8.3812						
10	14.7353	14.5938	9.5824	9.3513						
11	14.8706	14.7067	10.6765	10.4336						
12	14.9824	14.7987	11.6412	11.6412						
13	15.0353	14.8733	12.5765	12.5765						
14	15.1118	14.9338	13.4706	13.2699						
15	15.1471	14.9826	14.3765	14.0016						

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
16	15.2118	15.0221	15.0471	14.7736						
17	15.2353	15.0539	15.5882	15.5882	8.9941	8.9941				
18	15.2353	15.0796	16.0294	15.853	10.2824	10.0001				
19	15.2353	15.1002	16.4000	16.1962	11.4941	11.1186				
20	15.2412	15.1169	16.7529	16.4756	12.8059	12.3623				
21	15.2471	15.1302	17.0176	16.7011	14.1471	13.745				
22	15.2765	15.141	17.1824	16.8822	15.2824	15.2824				
23	15.2824	15.1496	17.3235	17.0267	16.4000	16.4				
24	15.2824	15.1566	17.3824	17.1417	17.3882	17.1906				
25	15.2824	15.1621	17.4588	17.2328	18.2941	18.0193				
26	15.2824	15.1666	17.5059	17.3049	19.0941	18.8879				
27	15.2824	15.1702	17.5471	17.3618	19.9412	19.7985				
28	15.2882	15.1731	17.6294	17.4066	20.7529	20.7529				
29	15.3000	15.3054	17.6882	17.4419	21.4588	21.3365	12.9824	12.9824		
30	15.3000	15.3054	17.7059	17.4696	22.0765	21.8043	14.4000	14.0718		
31	15.3000	15.3054	17.7412	17.4914	22.6235	22.2063	15.6353	15.2526		
32	15.3000	15.3054	17.7471	17.5085	22.9941	22.5497	16.9294	16.5325		

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
33	15.3000	15.3054	17.7471	17.5219	23.3824	22.8415	18.0118	17.9198		
34	15.3000	15.3054	17.7471	17.5324	23.6471	23.0882	19.4235	19.4235		
35	15.3000	15.3054	17.7471	17.5407	23.9000	23.2961	20.4765	20.4765		
36	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.0706	23.4706	21.5882	21.4666		
37	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.2118	23.6168	22.8235	22.5046		
38	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.2588	23.7389	23.8471	23.5927		
39	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3118	23.8407	24.9647	24.7335		
40	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3353	23.9255	25.9294	25.9294		
41	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3706	23.996	27.0294	26.9171	14.2059	14.2059
42	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3765	24.0545	27.8353	28.0121	15.4471	15.2634
43	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3765	24.1031	28.6471	28.9052	16.7588	16.3996
44	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.3941	24.1434	29.3529	29.6228	18.1588	17.6204
45	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4176	24.1768	29.9588	30.1922	19.4412	18.932
46	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4471	24.2044	30.5294	30.6396	20.7235	20.3413
47	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4471	24.2273	30.9000	30.9885	22.0471	21.8555
48	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4529	24.2462	31.2176	31.259	23.4824	23.4824

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
49	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4529	24.2619	31.4529	31.4676	24.7294	24.7294
50	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4588	24.2748	31.7176	31.6281	26.1706	25.7614
51	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4588	24.2855	31.9588	31.7511	27.3235	26.8365
52	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.1353	31.8451	28.5941	27.9564
53	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2000	31.917	29.7824	29.1231
54	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2176	31.9718	30.8529	30.3385
55	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2471	32.0136	32.0059	31.6046
56	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2588	32.0454	32.9235	32.9235
57	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	33.8647	33.8647
58	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	34.4294	34.5475
59	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	35.1529	35.1019
60	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	35.6471	35.5489
61	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	36.1647	35.907
62	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	36.5118	36.1927
63	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	36.7176	36.4196
64	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	36.9471	36.5994

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
65	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2176	36.7415
66	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2294	36.8536
67	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2353	36.9419
68	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2471	37.0113
69	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2471	37.0659
70	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2471	37.1088
71	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2529	37.1425
72	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2529	37.1689
73	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2588	37.1896
74	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2647	37.2058
75	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
76	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
77	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
78	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
79	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
80	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
81	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
82	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
83	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
84	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
85	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
86	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
87	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
88	15.3000	15.3054	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
89	15.2588	15.2588	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
90	15.1882	15.1703	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
91	15.1118	15.0822	17.7647	17.7799	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
92	15.0294	14.9947	17.7235	17.7235	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
93	14.9294	14.9077	17.6471	17.6484	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
94	14.8235	14.8212	17.5412	17.5736	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
95	14.7176	14.7352	17.4529	17.4991	24.4647	24.4700	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
96	14.6353	14.6497	17.3529	17.4249	24.4412	24.4412	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
97	14.5647	14.5647	17.2941	17.3511	24.3941	24.3666	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
98	14.5294	14.5294	17.2118	17.2775	24.3353	24.2922	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
99	14.4765	14.4795	17.1471	17.2043	24.2647	24.218	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
100	14.4353	14.4299	17.1059	17.1314	24.1824	24.144	32.2706	32.3196	37.2706	37.2706
101	14.3765	14.3803	17.0588	17.0588	24.1000	24.0703	32.2471	32.2471	37.2706	37.2706
102	14.3235	14.331	16.9941	16.9941	24.0235	23.9968	32.1941	32.1417	37.2706	37.2706
103	14.2353	14.2818	16.9000	16.9445	23.9235	23.9235	32.0647	32.0366	37.2706	37.2706
104	14.1941	14.2328	16.8471	16.8951	23.8412	23.8412	31.9588	31.9319	37.2647	37.2647
105	14.1765	14.184	16.7882	16.8457	23.7588	23.7691	31.8471	31.8275	37.2000	37.1524
106	14.1353	14.1353	16.7176	16.7966	23.6529	23.6973	31.7235	31.7235	37.0882	37.0405
107	14.1118	14.1118	16.6706	16.7476	23.5706	23.6256	31.5882	31.5828	36.9765	36.9289
108	14.1118	14.1061	16.6176	16.6987	23.4765	23.5542	31.4647	31.4892	36.8176	36.8176
109	14.1000	14.1018	16.5882	16.6499	23.4176	23.483	31.3353	31.3959	36.6941	36.6941
110	14.1000	14.0985	16.5588	16.6014	23.3647	23.412	31.2588	31.3029	36.5882	36.61
111	14.0882	14.0961	16.5529	16.5529	23.3412	23.3412	31.1824	31.2101	36.5000	36.5261
112	14.0882	14.0942	16.5353	16.5353	23.3059	23.3059	31.1176	31.1176	36.4176	36.4423

ตารางที่ ข1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 5	แบบจำลอง
113	14.0882	14.0927	16.5294	16.5334	23.3000	23.2904	31.0765	31.0765	36.3588	36.3588
114	14.0882	14.0916	16.5294	16.5321	23.2706	23.28	31.0471	31.0471	36.3118	36.3118
115	14.0882	14.0908	16.5294	16.5312	23.2647	23.273	31.0235	31.0283	36.2765	36.2662
116	14.0882	14.0902	16.5294	16.5306	23.2588	23.2683	31.0059	31.0161	36.2588	36.2383
117	14.0882	14.0897	16.5294	16.5302	23.2588	23.2652	31.0000	31.0083	36.2353	36.2212
118	14.0882	14.0893	16.5294	16.5299	23.2588	23.2631	30.9941	31.0032	36.2235	36.2107
119	14.0882	14.0891	16.5294	16.5298	23.2588	23.2617	30.9941	31.0000	36.2118	36.2043
120	14.0882	14.0889	16.5294	16.5296	23.2588	23.2607	30.9941	30.9979	36.2059	36.2004
121	14.0882	14.0887	16.5294	16.5296	23.2588	23.2601	30.9941	30.9965	36.2000	36.1979
122	14.0882	14.0886	16.5294	16.5295	23.2588	23.2597	30.9941	30.9957	36.1941	36.1965

ภาคผนวก ค

ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบและช่อดอกปทุมมาเปรียบเทียบ
ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล
(recorded data) ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)



ตารางที่ 1 ข้อมูลความยาว (เซนติเมตร) เฉลี่ยของใบและช่อดอกปทุมมาเปรียบเทียบ ระหว่างข้อมูลจากแบบจำลอง (predicted data) และจากการบันทึกข้อมูล (recorded data) ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน) โดยทำการบันทึกข้อมูลในช่วงเดือนมิถุนายนถึงเดือนตุลาคม จำนวน 139 วัน

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูลช่อดอก	แบบจำลอง
1	16.8071	16.8071								
2	19.2214	18.6819								
3	21.4500	20.7659								
4	23.7286	23.0823								
5	25.6571	25.6571								
6	27.9357	27.9357								
7	30.5714	30.0438								
8	32.9786	32.3109								
9	35.4429	34.7492								
10	37.3714	37.3714								
11	38.8786	38.8786								
12	40.1643	40.1181								
13	41.5500	41.3970								
14	42.7357	42.7168								

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ช่อดอก	แบบจำลอง
15	44.0786	44.0786								
16	45.0357	44.6010	12.0357	12.0357						
17	46.1357	45.5919	14.1714	13.8393						
18	46.8571	46.3600	16.1786	15.9132						
19	47.3429	46.9499	18.8571	18.2979						
20	47.7929	47.3999	21.4500	21.0399						
21	48.2000	47.7411	24.1929	24.1929						
22	48.5429	47.9989	26.8357	26.8357						
23	48.7357	48.1930	29.8286	29.0554						
24	48.8857	48.3389	32.8643	31.4587						
25	48.9857	48.4483	35.3071	34.0609						
26	49.0571	48.5302	37.4071	36.8782						
27	49.1214	48.5915	39.9286	39.9286						
28	49.1786	48.6373	42.0000	42.0000						

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
29	49.1929	48.6715	44.1143	43.5053						
30	49.2071	48.6971	45.9857	45.0646						
31	49.2214	49.2844	47.7000	46.6797						
32	49.2214	49.2844	48.8929	48.3527						
33	49.2214	49.2844	50.0857	50.0857						
34	49.2214	49.2844	51.1214	50.6382	15.4643	15.4643				
35	49.2214	49.2844	52.1429	51.5527	18.3643	17.7432				
36	49.2214	49.2844	52.8429	52.3108	21.1286	20.3579				
37	49.2214	49.2844	53.4357	52.9356	23.9500	23.3579				
38	49.2214	49.2844	53.9500	53.4479	26.8000	26.8000				
39	49.2214	49.2844	54.3571	53.8663	29.7357	29.7357				
40	49.2214	49.2844	54.7714	54.2069	32.9071	32.4951				
41	49.2214	49.2844	55.1571	54.4834	36.0929	35.5106				
42	49.2214	49.2844	55.5286	54.7075	39.1857	38.8060				

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
43	49.2214	49.2844	55.8000	54.8886	42.4071	42.4071				
44	49.2214	49.2844	55.9143	55.0349	46.0643	46.0643				
45	49.2214	49.2844	55.9643	55.1529	48.9714	48.6021				
46	49.2214	49.2844	55.9929	55.2479	51.7429	51.2798				
47	49.2214	49.2844	56.0143	55.3245	54.3929	54.1049				
48	49.2214	49.2844	56.0357	55.3861	57.0857	57.0857				
49	49.2214	49.2844	56.0571	55.4357	59.2643	59.0137	16.3786	16.3786		
50	49.2214	49.2844	56.0857	55.4755	61.1714	61.2216	18.6571	18.3958		
51	49.2214	49.2844	56.1000	55.5075	62.8429	63.0123	21.0643	20.6615		
52	49.2214	49.2844	56.1143	55.5332	64.2857	64.4444	23.5143	23.2062		
53	49.2214	49.2844	56.1214	55.5539	65.6000	65.5766	26.0643	26.0643		
54	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	66.6500	66.4638	28.0714	28.0714		
55	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	67.5286	67.1540	30.6357	30.2820		
56	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	68.1857	67.6881	32.6571	32.6667		

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
57	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	68.6714	68.0996	35.4500	35.2392		
58	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.0571	68.4157	38.0143	38.0143		
59	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.2571	68.6578	40.6429	40.6429		
60	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.4143	68.8429	42.8071	42.2535		
61	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.5143	68.9842	44.5429	43.9280		
62	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.6000	69.0920	45.9643	45.6688		
63	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.6500	69.1741	47.4786	47.4786		
64	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.6857	69.2366	48.5571	48.2035		
65	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	50.1143	49.4160		
66	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	51.2643	50.4449		
67	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	52.3143	51.3113		
68	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	53.0643	52.0361		
69	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	53.6500	52.6392		
70	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	54.1071	53.1387		

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
71	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	54.5000	53.5509		
72	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	54.8429	53.8900	9.3071	9.3071
73	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.1571	54.1681	12.0286	11.1857
74	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.1857	54.3959	14.0714	13.4435
75	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.3214	54.5821	16.1571	16.1571
76	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.5571	54.7340	18.3500	18.3500
77	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.6214	54.8579	20.3786	20.1291
78	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.6857	54.9588	22.3786	22.0806
79	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7071	55.0409	24.2214	24.2214
80	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7214	55.1076	26.0500	26.0500
81	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7286	55.1619	27.7500	27.3679
82	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7357	55.2061	29.1214	28.7525
83	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7429	55.2419	30.2071	30.2071
84	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7500	55.2710	31.1000	31.1000

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
85	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.0571	32.1777
86	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.6500	32.7841
87	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.0929	33.1173
88	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.2857	33.2979
89	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.4071	33.3951
90	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.4714	33.4472
91	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5071	33.4751
92	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
93	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
94	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
95	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
96	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
97	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
98	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
99	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
100	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
101	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
102	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
103	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
104	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
105	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
106	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
107	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
108	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
109	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
110	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
111	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.5286	33.5286
112	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.4357	33.4357

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
113	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.3429	33.3010
114	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.2214	33.1668
115	49.2214	49.2844	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	33.0929	33.0331
116	49.2071	49.2071	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.9000	32.9000
117	49.1929	49.1230	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.7214	32.7214
118	49.1429	49.0390	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.5286	32.5359
119	49.0571	48.9552	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.3786	32.3515
120	48.9714	48.8716	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	32.1857	32.1681
121	48.8786	48.7880	56.1286	56.1612	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	31.9857	31.9857
122	48.7429	48.7046	56.1000	56.1000	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	31.8643	31.8643
123	48.6214	48.6214	56.0643	55.9853	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	31.7429	31.6816
124	48.4714	48.4714	55.9929	55.8707	69.9143	69.9664	55.7643	55.7485	31.6714	31.5945
125	48.3357	48.3397	55.8571	55.7565	69.8857	69.8857	55.7643	55.7485	31.6214	31.5528
126	48.1929	48.2084	55.7000	55.6424	69.7714	69.7136	55.7643	55.7485	31.5714	31.5328

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

วัน	ข้อมูลใบที่ 1	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 2	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 3	แบบจำลอง	ข้อมูลใบที่ 4	แบบจำลอง	ข้อมูล ข้อตก	แบบจำลอง
127	48.0643	48.0774	55.5286	55.5286	69.6286	69.5420	55.7643	55.7485	31.5143	31.5232
128	47.9286	47.9468	55.3500	55.3500	69.4429	69.3708	55.6929	55.6929	31.5143	31.5186
129	47.7786	47.8166	55.1857	55.2482	69.2000	69.2000	55.5500	55.4946	31.5071	31.5071
130	47.6500	47.6867	55.0429	55.1466	69.0214	69.0241	55.3214	55.2969	31.5071	31.5071
131	47.5571	47.5571	54.9286	55.0452	68.8571	68.9214	55.1000	55.1000	31.5071	31.5071
132	47.5429	47.4279	54.8714	54.9439	68.7500	68.8189	54.9857	54.9857	31.5071	31.5071
133	47.5429	47.5429	54.8429	54.8429	68.6571	68.7165	54.8643	54.8951	31.5071	31.5071
134	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.7786	54.8046	31.5071	31.5071
135	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.7143	54.7143	31.5071	31.5071
136	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.6929	54.6929	31.5071	31.5071
137	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.6929	54.6929	31.5071	31.5071
138	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.6929	54.6929	31.5071	31.5071
139	47.5429	47.5429	54.8357	54.8357	68.6143	68.6143	54.6929	54.6929	31.5071	31.5071

ภาคผนวก ง

สารเคมีที่ใช้ในสูตรอาหาร MS (Murashigie and Skoog, 1962) และภาพปทุม
มาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกในถุงใส่ดิน) และ
ในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)

1. สารเคมีที่ใช้ในสูตรอาหาร MS (Murashigie and Skoog, 1962)

1. แอมโมเนียมไนเตรท : NH_4NO_3
2. แอมโมเนียมซัลเฟต : $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$
3. บอริกแอซิก : H_3BO_3
4. แคลเซียมคลอไรด์ : $\text{CaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
5. โคบอลต์คลอไรด์ : $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
6. แคลเซียมฟอสเฟต : $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
7. คิวปริคซัลเฟต : $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
8. เฟอริกตาร์เตต : $\text{Fe}_2(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6)_3$
9. เฟอรัสซัลเฟต : $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
10. แมกนีเซียมซัลเฟต : $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
11. แมงกานีสซัลเฟต : $\text{MnSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$
12. แมงกานีสซัลเฟต : $\text{MnSO}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$
13. โปแตสเซียมไอโอไดด์ : KI
14. โปแตสเซียมไนเตรท : KNO_3
15. โปแตสเซียมฟอสเฟต : KH_2PO_4
16. โซเดียมเออร์ธรีนไดอามีนเตตราอซิติก แอซิก
17. โซเดียมโมลิบเดต : $\text{Na}_2\text{MoO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
18. ซิงค์ซัลเฟต : $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$

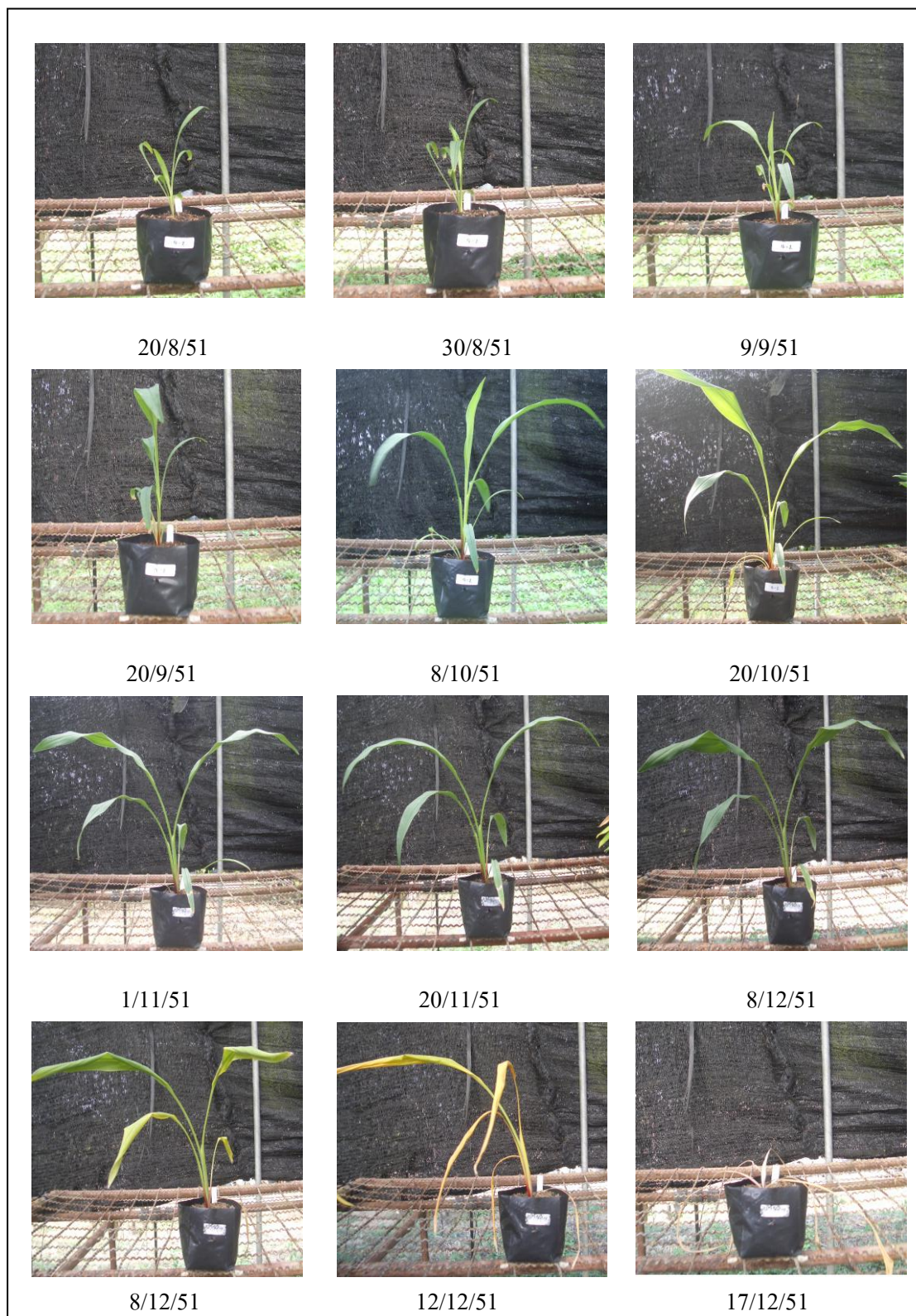
19. ไกลซีน : glycine
20. นิโคตินิก แอซิด : nicotinic acid
21. ไพริดอกซีน : pyridoxine-HCl
22. อินโนซิทอล : inositol
23. ไธอามีน : thiamine-HCl
24. น้ำตาล : Sucrose
25. ความเป็นกรด-ด่าง : pH
26. น้ำมะพร้าวอ่อน



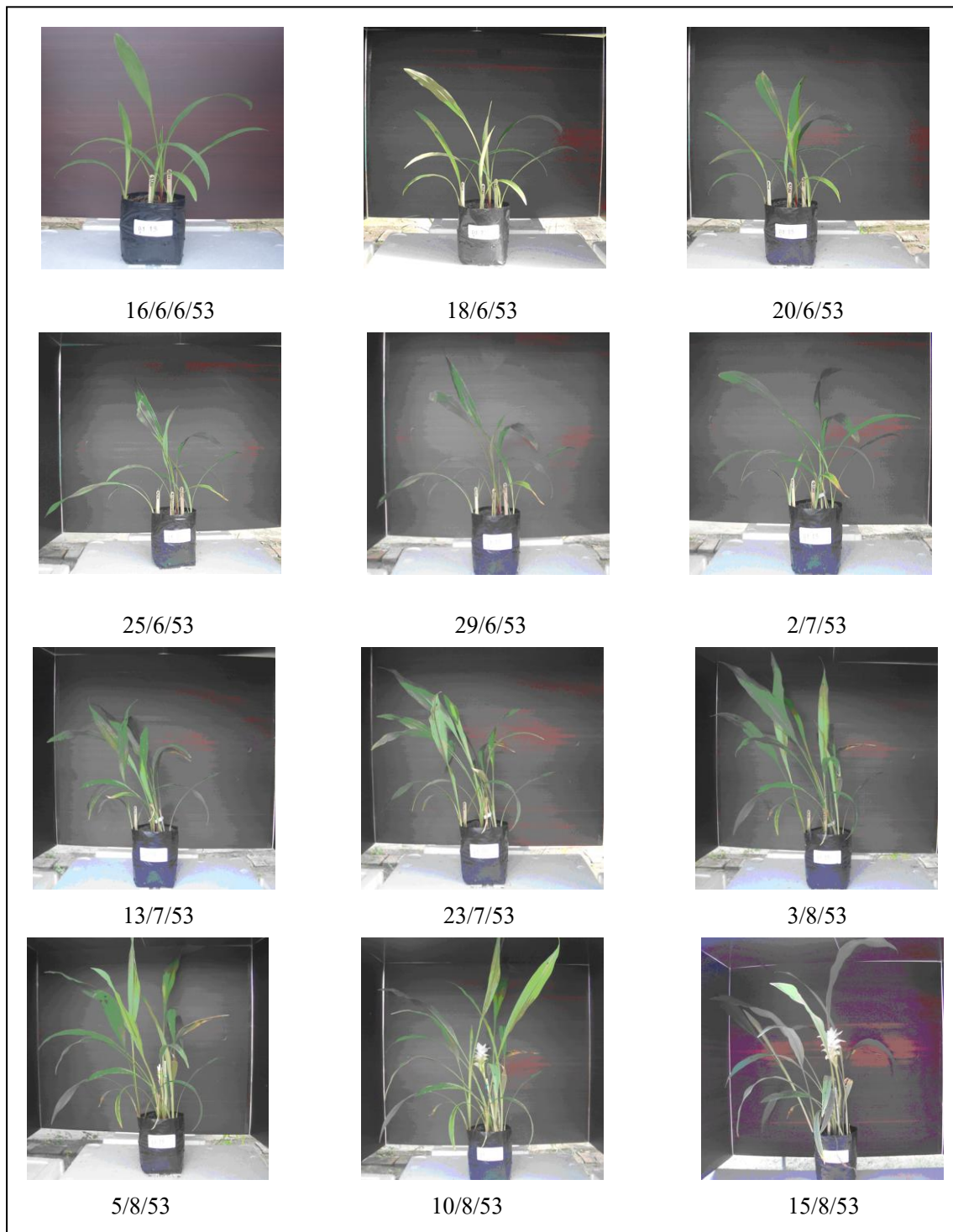
2. ภาพปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ ในช่วงพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงในถุงใส่ดิน)
และในช่วงพัฒนาดอก (ปลูกลงในถุงใส่ดิน)



ภาพที่ ๑1 ปทุมมาในสภาพเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ



ภาพที่ ง2 ภาพปทุมมาในระยะพัฒนาใบ ลำต้น (ปลูกลงถุงใส่ดิน)



ภาพที่ 33 ภาพปทุมมาในระยะพัฒนาดอก (ปลูกในถุงใส่ดิน)



31/8/53



13/9/53



22/9/53



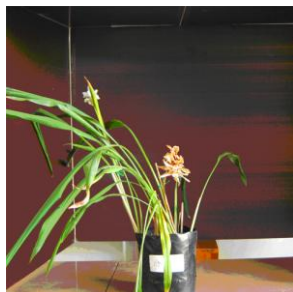
30/9/53



4/10/53



5/10/53



6/10/53



7/10/53



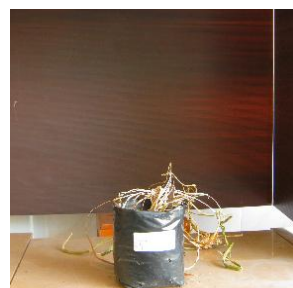
9/10/53



13/10/53



20/10/53



31/10/53

ภาพที่ 33 (ต่อ)

ประวัติผู้เขียน



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นาง ปรียาณี หอมสุวรรณ
วัน เดือน ปีเกิด	25 ตุลาคม 2516
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	มหาวิทยาลัยแม่โจ้แพร่ เฉลิมพระเกียรติ ตำบลแม่ทราย อำเภอร้องกวาง จังหวัดแพร่
ประวัติการศึกษา	
2539-2543	ปริญญาโท ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2535-2538	ปริญญาตรี ศึกษาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ประวัติการทำงาน	
2544-ปัจจุบัน	พนักงานมหาวิทยาลัย ตำแหน่งอาจารย์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้แพร่ เฉลิมพระเกียรติ
2543-2544	อาจารย์อัตราจ้าง มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่